NEWTON METODUNUN YAKINSAKLIĞI PROBLEMİ ÜZERİNE
(On the confergengy of Newton Method)

Binali MUSAYEV   Nizami MUSTAFAYEV   Ahmet BOZ**

ÖZET

Bu çalışmada X ve Y Banach uzayları ve $F : X \longrightarrow Y$ lineer olmayan bir operatör olmak üzere $F(x) = 0$ şeklindeki denklemlerin tahmini çözümlerinin bulunması için uygulanan bir Newton iterasyon yönteminin yakınsaklığı ve başlangıç yaklaşımların iyi seçilebilmesi problemleri incelenmektedir

SUMMARY

In this study the problem of carefully selecting initial condition and convergence of the Newton Method was examined for the possible solution of *$F(x) = 0$ with the X and Y Banach spaces and $F : X \longrightarrow Y$ nonlinear operator.*

Anahtar Kelimeler: Yakınsaklık, Freshe Türevi, Yuvar, Freholm integrali.
Key Words: Approximation, Freshe Differantion, Disc, Fredholm Integral

GİRİŞ.

X ve Y Banach uzayları , L(X,Y) , (L(X) = L(X,X)) X 'den Y ' ye sınırlı lineer operatörler uzayı ve $A \in L(X,Y)$ için

$$\|A\| = Sup\{\|Ax\| : \|x\| \leq 1 \}$$

olsun. X'de açık bir $E \subset X$ kümesinde tanımlı lineer olmayan bir $F : X \longrightarrow Y$ operatörü verilsin. Eğer

$$\lim_{h \to 0} \frac{\|F(x_0 + h) - F(x_0) - Ah\|}{\|h\|} = 0$$

olacak şekilde bir $A \in L(X,Y)$ operatörü mevcut ise F operatörü $x_0 \in E$ noktasında Freshe türevlenebilirdir (türevlenebilirdir) denir. Bu durumda A operatörüne F operatörünün x_0 noktasında Freshe türevi ($\mathfrak{I}$ – türevi) denir ve $A = F'(x_0)$ şeklinde gösterilir. $F : X \longrightarrow Y$ operatörünün $E \subset X$ kümesinin her noktasında $\mathfrak{I}$ – türevlenebilir olması halinde F operatörü E üzerinde $\mathfrak{I}$ – türevlenebilirdir denir.

X ve Y Banach uzayları , $F : X \longrightarrow Y$ lineer olmayan bir operatör olmak üzere

$$F(x) = 0 \tag{1}$$

şeklinde bir denklemin , eğer varsa, $x^* \in X$ gerçek çözümünün bulunması istenir.

F operatörü $r > 0$ yarıçaplı $S_r(x_0) = \{ x \in X : \|x - x_0\| < r \}$ yuvarında $\mathfrak{I}$ – türevlenebilir bir operatör olsun. $x_0 \in X$ elemanı (1) denkleminin istenen $x^* \in S_r(x_0)$ gerçek çözümü için başlangıç yaklaşım olmak üzere ardışık yaklaşımları

$$x_n = x_{n-1} - [F'(x_{n-1})]^{-1} F(x_n) \qquad n = 1,2,3.... \tag{2}$$

şeklindeki bir bağıntı yardımıyla tanımlayalım. Belirtelim ki (2) bağıntısı her $n = 1,2...$ için, eğer varsa, $[F'(x_{n-1})]^{-1} : Y \to X$ ters operatörünün bulunması durumunda gerçeklenebilir. Uygulamalarda bu ters operatörlerin bulunmasındaki zorluklar nedeniyle bir tek x_0 noktasında $[F'(x_0)]^{-1} : Y \to X$ ters operatörünün varlığı durumunda (2) dizisi yerine

$$x_n = x_{n-1} - [F'(x_0)]^{-1} F(x_{n-1}) \qquad n = 1,2,3.... \tag{3}$$

bağıntısı yardımıyla tanımlanan (x_n) dizisi tercih edilir.

Dumlupınar Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi , Matematik Bölümü , KÜTAHYA