

PAKETLEME LİSTESİ

Ekipmanlar	Miktar
1. Dönme Hareketi Düzenegi	1
2. Diskler*	3
2.1. Alt Disk (Çelik, Kütle=1338g, Çap=116mm)	1
2.2. Üst Disk (Döner Disk, Alüminyum, Kütle=462g, Çap=116mm)	1
2.3. Üst Disk (Döner Disk, Çelik, Kütle =1364g, Çap=116mm)	1
3. Kütle Seti (5g, 10g, 20g)*	3
4. Kütle Askısı (5g)*	1
5. Moment Makarası Seti (1.25cm ve 2.50cm yarıçaplı iki adet)	2
6. Kütlesi ihmal edilebilir ip	1
7. Hava Kompresörü	1
8. Öğretmen ve Öğrenci Föyleri	1

Disklerin kütle değerleri, çapları ve kütle seti (askısı dahil), üretim aşamasına göre farklılık gösterebilir.

İçerik

1.	Amaç	4
2.	Katı Cisimlerin Dönme Hareketi	4
3.	Tork ve Eylemsizlik Momenti	11
4.	Dönen Katı Bir Cismin Açısal Momentumu	16
5.	Enerjinin Korunumu	25
5.1.	Kinetik Enerji	25
5.2.	Yerçekimi Potansiyel Enerjisi	26
5.3.	Mekanik Enerjinin Korunumu	28
5.4.	Dönme Kinetik Enerjisi	31
6.	Deney Düzeneği	37
7.	Deneyin Yapılışı	42
DENEY-1:	Açısal Hızın Ölçülmesi	42
DENEY-2:	Disk Dönme Eylemsizlik Momenti	45
DENEY-3:	Mekanik Enerjinin Korunumu	48
DENEY-4:	Açısal Momentumun Korunumu	53
8.	Deney Raporu	57

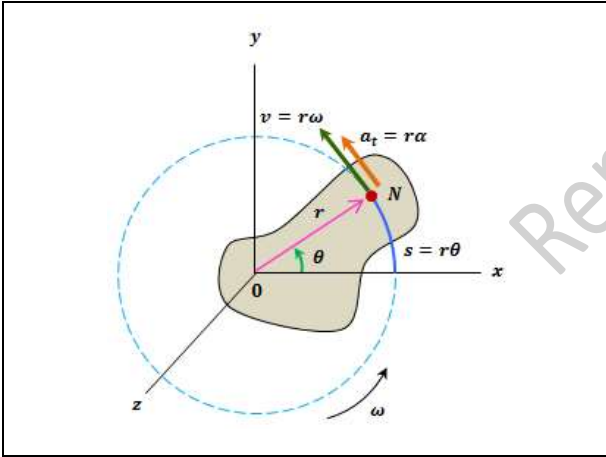
1. Amaç

Bu deneyde;

1. Açısal hız, açısal ivme ve eylemsizlik momenti ile ilişkili olarak katı bir cismin (diskin) dönme hareketinin incelenmesi,
2. Tork ve açısal ivme arasındaki bağıntının araştırılması,
3. Açısal momentum ve mekanik enerji korunumlarının incelenmesi,
4. Sabit bir eksen etrafında dönen katı cisimlerin eylemsizlik momentlerinin ölçülmesi ve beklenen (teorik) değerle karşılaştırılması,

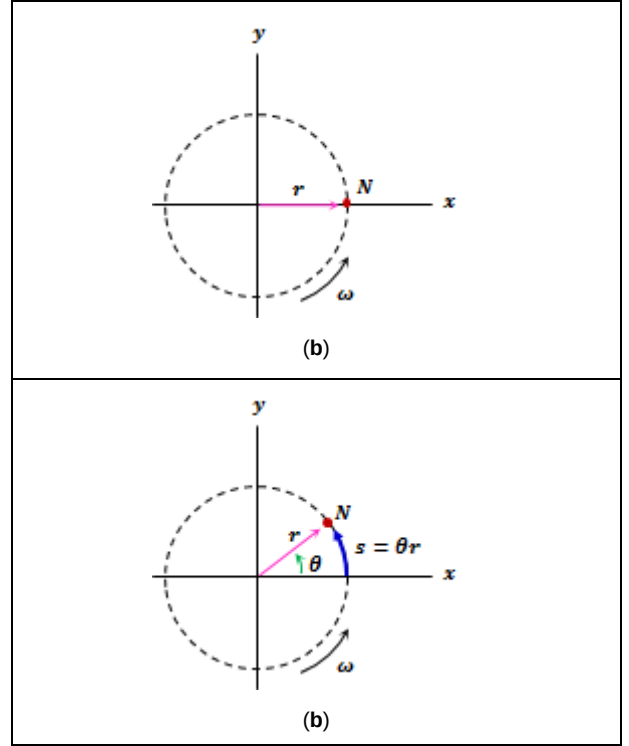
amaçlanmıştır.

2. Katı Cisimlerin Dönme Hareketi



Şekil-1: Sabit bir eksen etrafında dönme hareketi yapan katı cisim. Sabit bir eksen etrafında dönen katı cisim üzerindeki her parçacığın **açısal hız** (ω) ve **açısal ivmesi aynı olur** (α).

Şekil-(1)'de, z -ekseni etrafında dönen katı bir cisim gösterilmiştir. Bu cismin, çok sayıda kütleli parçacıktan oluştuğunu varsayalım. Dönme ekseninden r kadar uzakta bulan herhangi bir parçacığın (N noktasının) açısal konumunu θ açısı ile gösterelim. Katı cisim sabit bir eksen etrafında dönme hareketi yaptığında, bu cisim üzerine bulunan N -noktası dönme eksen etrafında dairesel bir yörüngede hareket eder. Bu nedenle, dönme hareketi yapan katı cismin hareketi, birçok katı parçacıktan oluşuyormuş gibi incelenir.



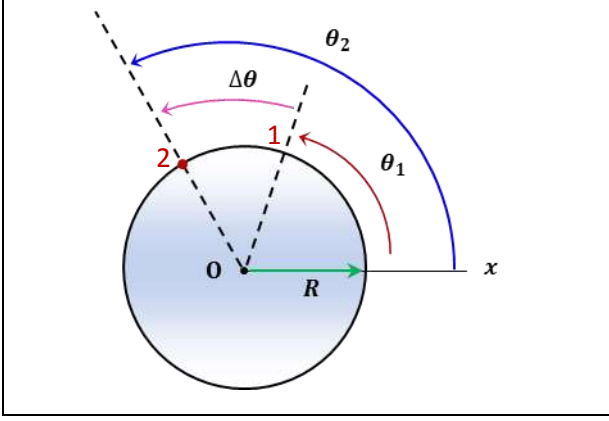
Şekil-2: Dönme ekseninden sabit r -kadar uzakta bulunan N noktasındaki bir parçacığın ilk konumu (a) ve N -noktasının açısal yer değiştirmesi (b).

Katı cisimler, şekli bozulmayan yani cismi oluşturan parçacıklar arasındaki uzaklıkları değişmeyen cisimlerdir. Cisim katı olduğundan, dönme hareketi sırasında bu parçacıkların birbirlerine göre **konumları** değişmez. Katı cismin her bir parçacığı (noktası) aynı açıyla döner. Bütün parçacıkların açısal hızları katı cismin **açısal hızı** (ω) ile aynıdır. Benzer şekilde katı cismi oluşturan bütün parçacıkların **açısal ivmeleri** de katı cismin açısal ivmesine (α) eşittir.

Katı cisimlerin dönme hareketini incelemek için ilk olarak dönme kinematiğini tanımlama ve bu hareket kavramlarını anlamaya yardımcı olarak fiziksel nicelikler üzerinde durmalıyız. Bilindiği gibi, çizgisel hareket, dört kinematik niceliğe dayanarak tanımlanmaktadır; uzaklık, hız, ivme ve zaman. Benzer şekilde, sabit bir şekle sahip – katı bir cismin dönme hareketi, çizgisel hareketteki niceliklere karşılık gelecek şekilde **açısal hız** ve **açısal ivme** gibi açısal (dönme) nicelikleri ile incelenebilir. Parçacığın dairesel yörüngedeki hareketini tanımlamak için **açısal yer değiştirme** (θ) kavramı kullanılır.

Katı cisim, sabit bir eksen etrafında t süresi içinde θ açısı kadar dönerken, N -noktası s kadar yol alarak başlangıç konumu olan **Şekil-(2a)** konumundan **Şekil-(2b)**'de verilen konumuna gelir. Bu nokta (parçacık) xy düzleminde r yarıçaplı bir çember üzerinde hareket eder.

Rentech



Şekil-3: Dönme hareketi yapan katı bir diskin " θ_1 " ilk açı konumundan " θ_2 " son açı konumuna doğru açısal yer değiştirmesi $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ 'dir. Açısal dönme için referans nokta yatay x-ekseni olarak alınır.

Şekil-(3)'te gösterildiği gibi, sabit **O** merkezi etrafında dönebilen bir **diski** göz önüne alalım. Bu katı cismin çok sayıda parçacıktan oluştuğunu varsayalım. Şimdi, bu katı cismin üzerinde tanımladığımız R yarıçaplı bir noktanın (parçacığın) hareketini inceleyebiliriz. Dönme ekseninden R kadar uzakta "1" noktasında bulunan parçacığın (noktanın) **açısal konumu** θ_1 açısı ile verilmektedir. Kütle merkezi etrafında dönme hareketi yapan cisim (dolayısıyla, üzerindeki parçacık) belli bir Δt zaman aralığında θ_1 ilk açılarından θ_2 son açı "2" noktasına doğru dönmektedir. Dönme sırasında bir Δt süresi içinde açısal konum $\Delta\theta$ kadar değişirse, parçacığın **açısal yer değiştirmesi** ($\Delta\theta$);

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \quad (\text{Açısal Yer Değiştirme}) \quad (1)$$

eşitliği ile ifade edilir. Açısal yer değiştirmenin birimi **radyan** olarak ölçülür. **Yer değiştirme**, cismin (veya bir parçacığın) başlangıç noktasına olan uzaklığı olarak tanımlanır. Dairenin tam bir tur dönmesi durumunda toplam kat edilen yay uzunluğu, çevresine ($2\pi r$) eşit olduğu için 360 derece (360°) 2π radyana eşittir. Diğer bir ifadeyle, 2π radyan ($2\pi \text{ rad}$), 360 dereceye karşılık gelmektedir. Bu durumda, 1 radyan = $180/\pi$ derece ve 1 derece = $\pi/180$ radyan olarak da ifade edilir.

Açısal hız (ω), birim zamanda yarıçap vektörünün taradığı açı değeridir. Birimi "radyan/saniye" (rad/s) olarak tanımlanır.

Ortalama açısal hız (ω_{ort}) belirli bir zaman aralığında taranan açının ($\Delta\theta$ açısal yer değiştirmenin) Δt zamanına oranıdır. Eğer $\Delta\theta$, cisim üzerinde R kadar uzakta bulunan parçacığın belli bir Δt zaman aralığında katettiği açı değeri olarak ifade edilirse, bu durumda merkez eksen etrafında dönen cismin **ortalama açısal hızı** (ω_{ort});

$$\omega_{\text{ort}} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (\text{Ortalama Açısal Hız}) \quad (2)$$

şeklinde ifade edilir¹.

- **Açısal hızın birimi radyan/saniye (rad/s) veya s^{-1} cinsinden ölçülür.**
- **Konum-zaman grafiğinde eğim ortalama hızı verir** ($\omega_{\text{ort}} = \text{Eğim} = \Delta\theta/\Delta t$).

Konum-zaman grafiğinin **doğrusal** olması, hareketli cismin (veya, dönme hareketi durumunda katı cisim üzerindeki bir parçacığın) eşit zaman aralıklarında eşit yer değiştirmeler yaptığını gösterir. Bu grafiğin **eğimi**, yer değiştirmenin zaman aralığına oranıdır. Bu nedenle, düzgün doğrusal harekette konum-zaman grafiğinin eğimi hareketin **hızını** verir. Hız sabit olduğundan zamana bağlı değildir. **Ortalama açısal hız** (ω_{ort}), belirli bir zaman aralığı için tanımlanır. Buna karşılık, hareket eden bir cismin herhangi bir andaki (tek bir zaman değerindeki) hızı, **ani** veya **anlık hız** (ω) olarak ifade edilir. Yani, sonsuz küçük bir zaman aralığı üzerinden ortalama hız, ani hız olarak tanımlanır.

Dönme hareketinde, cismin **anlık açısal hızı**;

¹ Yer değistirmenin açısal olduğu durumlarda, iki açısal konum arasındaki fark (açısal yer değiştirme) $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ olarak gösterilir.

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{Ani Açısal Hız}) \quad (3)$$

bağıntısıyla ifade edilir.

- Konum-zaman grafiğinde eğriye bir noktadan çizilen teğetin eğimi, o andaki anlık hızı (ω) verir.
- Cismin hızı zamanla değişmiyor ise (sabit kalıyorsa), ani (anlık) hızı ortalama hızına eşittir ($\omega_{ort} = \omega$).

Hareket eden bir cismin birim zamanda hızında meydana gelen değişikliğe **ivme** denir. Cismin ortalama ivmesi, parçacığın hızındaki değişimin, bu değişimin olduğu Δt zaman aralığına oranıdır. Dönme hareketinde, **ortalama açısal ivme** (α), Δt zaman aralığındaki açısal hızdaki değişme miktarının ($\Delta\omega$) geçen zamana oranı olarak tanımlanabilir;

$$\alpha_{ort} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (\text{Ortalama Açısal İvme}) \quad (4)$$

Burada, ω_1 başlangıç açısal hız ve ω_2 ise belli bir Δt zaman sonrası son açısal hız değeridir (yani, ω_1 ve ω_2 , katı cismin sırasıyla " t_1 " ve " t_2 " zamanlarındaki **anlık açısal hızlarıdır**).

- Açısal ivme, radyan bölü saniye kare (rad/s^2) cinsinden ölçülür.
- Hız-zaman grafiğinde eğim hareketin ivmesine eşittir ($\alpha_{ort} = Eğim = \Delta\omega/\Delta t$).

Eğer açısal hız (ω) zamanın (t) bir fonksiyonu olarak grafiklendirilir ve açısal hız verilerinin gösterdiği **düz çizgi** davranışına doğrusal eğri uydurma işlemi uygulanırsa, doğrunun eğimi dönen katı cismin (diskin) açısal ivmesini verecektir;

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = Eğim \quad (\text{Deneyssel}) \quad (5)$$

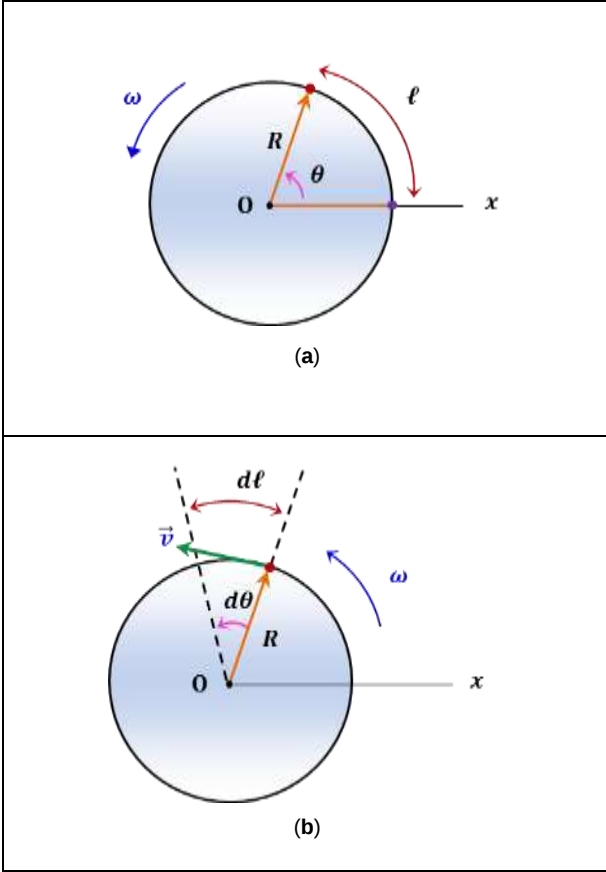
Hareket eden bir cismin herhangi bir andaki ivmesine **anlık ivme** denir. Dönme hareketinde, **ani (anlık) açısal ivme**;

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad (\text{Ani Açısal İvme}) \quad (6)$$

şeklinde ifade edilir. Açısal hız (ω), **düzgün** olarak **değişiyorsa** açısal ivme sabit olur ($\alpha = Sabit$). İvmeli harekette, ivmenin sıfır olması hızın da sıfır olduğu anlamına gelmez. Örneğin, sabit hızlı harekette, bir cismin tüm zaman aralıklarında hızı aynıdır fakat ivmesi **sıfırdır**. İvme sabit olduğunda ise, ivme-zaman grafiği eğimi sıfır olan bir doğru olur.

- Cismin hızında bir değişme varsa ivme vardır, hızda bir değişme yok ise ivme sıfırdır.
- Hız-zaman grafiğinde eğriye bir noktadan çizilen teğetin eğimi o noktadaki ivmeyi verir.
- Hareketin ivmesi sabit olduğunda, ortalama ivme ani ivmeye eşit olur ($\alpha_{ort} = \alpha$). Sabit ivmeli hareket yapan cismin hızı, hareketin başından sonuna kadar aynı oranda artar veya azalır.

Sabit ivmeli hareketin konum-zaman grafiğinde bulunan eğri bir parabolüdür. Bu eğriye $t = 0$ noktasında çizilen teğetin eğimi, ilk hızla eşit olur. Herhangi bir t anında çizilen teğet doğrunun eğimi ise o anda ki hızla (anlık hızla) eşittir.



Şekil-4: Sabitlenmiş bir eksen etrafında dönen katı cismin herhangi bir **noktası** dairesel yörüngesinin çevresi boyunca " ℓ " kadar yolu taradığında " θ " açısı kadar hareket etmiş olur (a). Dönen cisim üzerindeki bu noktanın hareketinin **her anında** bir **çizgisel hızı** ($\vec{v}$) vardır (b).

Bir eksen etrafında ω açısal hızı ile dönen **katı cisim** üzerinde bir nokta (veya parçacık) düşünelim (**Şekil-4a**). Referans çizgisi $t = 0$ anında x –ekseni üzerinde bulunsun. Bu parçacık t kadarlık bir sürede ℓ yayı boyunca bir yol alır. Aynı zamanda, **referans çizgisi** **de** θ açısı kadar döner. Dönme ekseninden R kadar uzaklıkta bulunan parçacık, dairesel yörüngesinin yay uzunluğu boyunca " ℓ " kadar hareket ederse, taranan açı θ ;

$$\theta = \frac{\ell}{R} \quad (\theta, \text{Radyan Cinsindendir}) \quad (7)$$

olarak verilir. Burada, ℓ ; dairesel yay üzerinde alınan yoldur. Referans çizgi üzerinde $t = 0$ anında bulunan parçacık θ açısı kadar dönerken, ℓ uzunluğu kadar yol alır.

Katı cismi oluşturan bütün parçacıkların açısal hızı (ω) aynı, çizgisel (**doğrusal**) hızları (v) ise farklıdır. Çizgisel hız (v), dönme ekseninden uzaklaştıkça artar.

Buradan, yay uzunluğu yani parçacığın aldığı yol (ℓ) aşağıda verildiği şekilde yeniden yazılabilir;

$$\ell = R\theta$$

(8)

Dairesel yay üzerinde alınan yol $\ell = R\theta$ 'dur. Katı cismin üzerinde seçilen nokta (bir kütle parçacığı) ℓ kadarlık bir yol alırken, yarıçap R ise θ kadar bir açı tarar ($1 \text{ Devir} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$).

Şekil-(4b)'de gösterildiği gibi katı cisim üzerinde merkez (dönme) ekseninden R kadar uzaklıkta bir noktayı (parçacığı) ele alalım. **Dairesel hareket yapan parçacığın ℓ yayını tarama hızına açısal hız (ω) denir.** Eğer katı cisim " ω " açısal hızı ile dönerse, cisim üzerindeki bu parçacık dairesel yörüngesine **teğet** olacak şekilde bir çizgisel hızla sahip olur. **Çizgisel (doğrusal) hız** dairesel yola **teğet** olup (**çizgisel hız R yarıçapına her noktada diktir**), aynı zamanda **teğetsel hız** olarak ifade edilir. Dönen cisimdeki her noktanın (parçacığın) teğetsel hızı aynı değildir, dönme merkezinden dışa doğru uzaklaştıkça **artar**.

Parçacığın çizgisel hızının (v) büyüklüğü;

$$v = \frac{d\ell}{dt} = \frac{d(R\theta)}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} \quad (9)$$

bağıntısı tarafından verilir. Birimi m/sn 'dir. **Eşitlik-(9)**'daki türev işlemi, R sabit bir değer olduğundan, sadece zamana bağlı bir nicelik olan açısal konum üzerinde etkili olacaktır.

Dönen katı bir cismin üzerinde bir parçacığın (noktasal bir cismin) **teğetsel hızı** (v), dönme eksenine olan R uzaklığı ile **açısal hızın** (ω) çarpımına eşittir. Katı cisim üzerindeki her noktanın açısal hızı aynı, çizgisel (teğetsel) hızı ise farklıdır.

Katı cisim üzerindeki tüm parçacıklar (noktalar) aynı **açısal hızı** (ω) sahiptir ancak aynı **teğetsel hızı** (v) sahip değildir (dönme ekseninden uzaklık olan R , katı cisim üzerindeki tüm noktalar için aynı olmadığından). Benzer şekilde, katı cisim üzerindeki tüm noktalarda aynı **açısal ivme** (α) olurken, aynı **teğetsel ivme** (a_t) olmayacaktır.

Parçacığın (maddesel noktanın) daire çemberi üzerinde herhangi bir andaki çizgisel hızı (v);

$$v = R\omega \quad (\text{Çizgisel Hız}) \quad (10)$$

denklemleri ile hesaplanır. Açısal hız ve çizgisel hız (doğrusal hız) arasındaki ilişkiyi veren bu eşitlikte, ω "rad/s" cinsinden ölçülür.

Dairesel hareket yapan katı cismin hızı eşit zaman aralıklarında eşit miktarda azalma veya artma gösterirse bu harekete **düzgün değişen dairesel hareket** denir. Yani, açısal hızdaki değişim sabit artış veya azalışlarla olması durumunda, bu hareket **sabit açısal ivmeli** dönme hareketi olarak ifade edilir. Cisim sabit bir eksen etrafında dönme hareketi sağlamak için kuvvet uygulandığında, bu kuvvetin büyüklüğüne, yönüne ve cismin eylemsizlik momentine göre, cisim açısal bir ivme kazanır. Bununla beraber, açısal hızın sabit olduğu durumda, yani dönme hareketi değişmiyorsa, **açısal ivme sıfırdır**.

Sabit ivmeli harekette ($\alpha - \text{Sabit}$) herhangi bir andaki açısal hız (**anlık açısal hız**);

$$\omega = \alpha t \quad (\text{Düzgün Değişen Dairesel Hareket}) \quad (11)$$

eşitliği ile bulunur.

İlk hız var ise;

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad (\alpha - \text{Sabit}) \quad (12)$$

ile bulunur.

Dönen katı cisim üzerindeki bir noktanın (parçacığın) herhangi bir t zamanındaki **açısal konumu** (angular position, θ);

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (\alpha - \text{Sabit}) \quad (13)$$

yardımıyla bulunur. Sabit bir merkez eksen etrafında dönen katı cismin (dolayısıyla, cisim üzerindeki bir noktanın) açısal hızı **değişirse**, cisim **açısal ivme** kazanır. Katı cisim üzerindeki her nokta (parçacık), dairesel yörüngesine teğet bir **çizgisel ivmeye** sahip olur. Dönen katı bir cismin α **açısal ivmesi** ile a_t **teğetsel (çizgisel) ivmesi** arasında aşağıda verilen bağıntı vardır;

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(R\omega)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} \quad (14)$$

$$a_t = R\alpha \quad (\text{Teğetsel İvme}) \quad (15)$$

Bu eşitlikte görüldüğü gibi, dönen katı bir cismin üzerindeki bir noktanın doğrusal ivmesinin **teğetsel bileşeni** (a_t), dönme eksenine olan uzaklıkla açısal ivmenin çarpımına eşittir.

Sabit eksen etrafında dönen katı cisim üzerindeki parçacığın ivmesi iki bileşene sahiptir. Birincisi radyal yönde O noktasına doğru olup, **merkezcil ivme** olarak ifade edilir. Büyüklüğü, $a_R = v^2/R$ olarak verilir. İkinci bileşen ise parçacığın izlediği çembersel yörüngeye "teğet" yöndedir ve teğetsel bileşen olarak bilinir (büyüklüğü, $a_t = R\alpha$ tarafından hesaplanır). Dolayısıyla ivme vektörü;

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_R \quad (16)$$

ve **toplam** ivmenin büyüklüğü de ($\vec{a}_R$ ve $\vec{a}_t$ vektörleri her zaman birbirlerine dik olduklarından);

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_R^2} \quad (17)$$

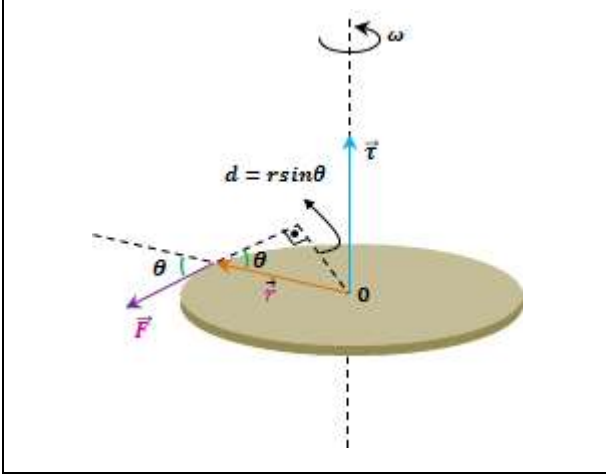
ile bulunur.

Çizgisel ve açısal nicelikler arasındaki ilişkileri² aşağıda verildiği şekilde özetleyebiliriz;

Çizgisel Hareket (Öteleme)	Tanım	Dönme Hareketi (Açısal)	İlişki (θ , Radyan)
x	Yer değiştirme	θ	$\ell = R\theta$
v	Hız	ω	$v = R\omega$
a_t	İvme	α	$a_t = R\alpha$

²Çizgisel ve açısal niceliklerin ilişkilendirilmesinde kullanılan bu ifadelerde, birim olarak **radyan** (devir veya derece değil) kullanıldığına dikkat edilmelidir.

3. Tork ve Eylemsizlik Momenti



Şekil-5: Uygulanan bir $\vec{F}$ kuvvetinin katı cismi sabit bir eksen etrafında döndürme etkisi **tork** (τ) ile ifade edilir. Katı cisme (diske) teğet uygulanan **net kuvvet**, $\vec{F}$ bu diski merkezinden geçen eksen etrafında döndürür. Burada $\vec{r}$, dönme eksenini kuvvetin uygulandığı nokta arasındaki vektördür.

Bir cisme uygulanan net kuvvet cisme **öteleme ivmesi** kazandırır. Benzer şekilde, bir döndürme kuvveti de cisme **açısal ivme** kazandırır. Uygulanan bu dış kuvvetin döndürme etkisine **Tork** veya **döndürme momenti** denir. **Şekil-(5)**'te gösterildiği gibi, katı bir cismin (diskin) sabit bir eksen etrafında döndüğünü düşünelim. Dönme ekseninin cismi kestiği noktaya **O** noktası diyelim. Bu **O** noktasına göre konum vektörü $\vec{r}$ olan bir noktaya (disk kenarındaki bir parçacığa) bir $\vec{F}$ kuvveti uygulanmaktadır. $\vec{F}$ ile $\vec{r}$ vektörü arasında θ açısı olsun. Uygulanan bu $\vec{F}$ kuvveti **O** noktasından geçen eksen (merkez eksen) etrafında bir dönme hareketi başlatır. Diske ağırlık merkezinden geçmeyen bir $\vec{F}$ kuvveti uygulandığında, disk merkez eksen (sabit eksen) etrafında dönme eğilimi gösterir. Katı cisme net bir tork etki ediyorsa, bu cisim **açısal bir ivme** ve hız (ω) kazanır. **Döndürme kuvveti** (yani **tork**) ile moment aynı kavramlar olup, moment ile momentum farklı kavramlardır, birbiri ile karıştırılmamalıdır.

Uygulanan kuvvetin, bir cismi belirli bir dönme noktası ya da eksen etrafında döndürebilme etkisine **tork** (**moment**) denir. Tork vektörünün **büyüklüğü** hesaplanırken kuvvetin dönme eksenine **dik** uzaklığı ile kuvvet çarpılır.

Sabit bir eksen etrafında dönen **n** sayıda kütle parçacığından (noktadan) oluşan katı bir cisim düşünülürse, cisim üzerindeki noktaların **çizgisel** (teğetsel) hız ve ivmeleri farklı olacaktır (dönme ekseninden uzaklaştıkça çizgisel hız büyür). Bununla beraber, dönen katı cismin tüm noktalarının **açısal hızı** ve ivmeleri aynıdır. Bundan dolayı, sabit bir eksen etrafında serbestçe dönme yeteneğine sahip katı bir cismin hareketi bir bütün olarak **açısal hız** (ω), **açısal ivme** (α) ve **net tork** (τ) ile tanımlanır. Bir eksene göre kuvvetin döndürme etkisi olan **tork** (τ);

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

(Tork)

(18)

olarak ifade edilir. Burada;

- $\vec{\tau}$: Orijin (**O**) noktasından geçen eksene göre tork'un (döndürme kuvvetinin) büyüklüğü,
- $\vec{F}$: Uygulanan net kuvvet,
- $\vec{r}$: $\vec{F}$ kuvvetinin uygulama noktasının dönme eksenine olan uzaklığıdır.

Katı cisme açısal ivme kazandıran **döndürme momenti** (tork) vektörel bir büyüklüktür. Tork'un büyüklüğü uygulanan kuvvetin büyüklüğüne ve kuvvetin uygulama noktasının dönme eksenine olan **uzaklığına** bağlıdır. **Tork vektörünün büyüklüğü** hesaplanırken kuvvetin dönme eksenine dik **uzaklığı** ile kuvvet çarpılır. Dönme ekseninin geçtiği **O**-noktasından $\vec{F}$ doğrultusuna çizilen dikmenin uzunluğu **d** olarak verilirse (**Şekil-5**), **tork büyüklüğü** (τ) uygulanan kuvvet ile uygulanan kuvvet doğrultusunun dönme eksenine olan dik uzaklığının çarpımı olarak bulunur;

$$\tau = Fd$$

(19)

Öteleme (doğrusal) harekette cisme etki eden **net KUVVET** kullanılırken, dönme hareketinde cisme etki eden **net TORK** kullanılır. Öteleme hareketinde, bir cisim üzerine etki eden **net kuvvet** (F) sıfır ise, cisim hareketsiz ise hareketsiz ve hareketli ise sabit hızla hareketine devam eder. Net kuvvet sıfırdan farklı ise, cismin ivmesi, cisme etki eden net kuvvet ile doğru orantılı, kütlesi ile ters orantılı olur ($a = \Sigma F/m$). Dönme hareketinde ise, katı cisme etki eden **net Tork** ($\Sigma \tau$) sıfır ise cisim dönmez veya önceki hareket durumunu devam ettirir. Buna karşılık, katı bir cisme etki eden **net Tork** (cisme etki eden torkları toplamı) sıfırdan farklı ise cisim dönme eksenini etrafında açısal ivmeli (α) dönme hareketi yapar.

Eğer, dönme eksenine göre kuvvetin uygulandığı noktayı gösteren konum vektörü $\vec{r}$ ve uygulanan kuvvet $\vec{F}$ ile $\vec{r}$ arasındaki açı θ ise, $d = r \sin \theta$ olur. Bu durumda, tork büyüklüğü (τ) aşağıdaki gibi yenide yazılabilir;

$$\tau = F r \sin \theta$$

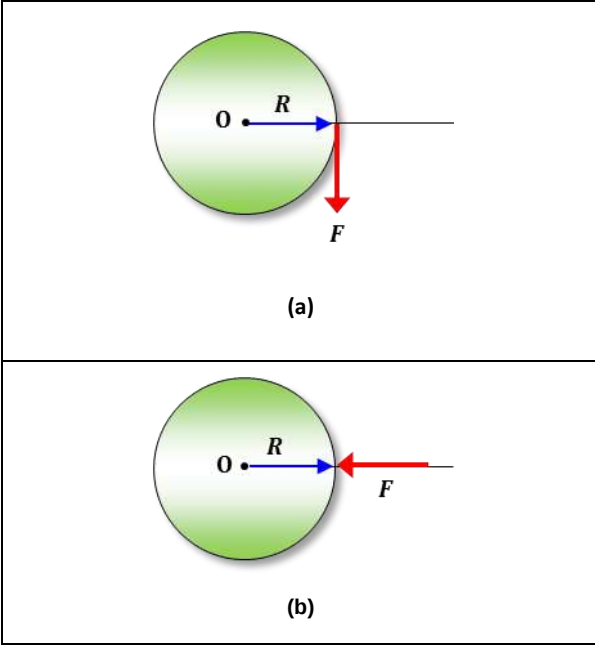
(Tork) (20)

Kuvvet ($\vec{F}$) ile bu kuvvetin uygulandığı nokta ve dönme eksenini arasındaki uzaklık ($\vec{r}$) arasındaki açı **dik** ($\theta = 90^\circ$) ise, **tork** (τ);

$$\tau = F r$$

(Tork) (21)

eşitliği ile verilir. Doğrultusu, $\vec{F}$ **kuvvetinin** ve dönme ekseninin geçtiği 0-noktasından $\vec{F}$ doğrultusuna çizilen **dikmenin** olduğu düzleme diktir.

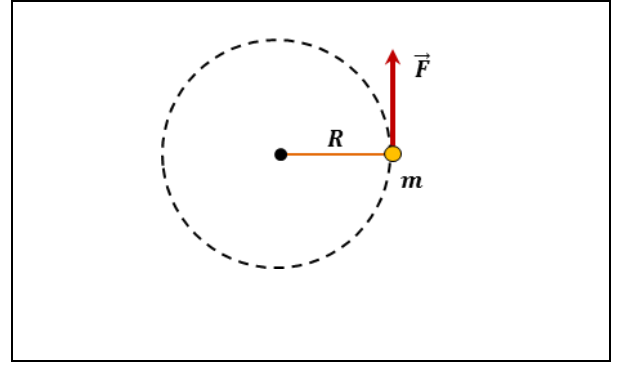


Şekil-6: Merkezinden geçen eksen etrafında serbestçe dönen disk üzerine etkiyen net kuvvet (F) (a). Dönme eksenini (diskin merkezi) ile aynı (veya zıt) yönlü kuvvet (F) dönme hareketini etkilemez. (b)

Şekil-(6a)'da verildiği üzere disk üzerinde teğet şekilde etkiyen net kuvvet (F), merkezinden geçen eksen boyunca disk döneşine neden olacaktır. Buna karşılık olarak, uygulanan kuvvet F Şekil-(6b)'deki gösterildiği gibi disk merkezinin geçen çizgi yönünde etkili ise, disk merkezi etrafında döndüremez. Sonuç olarak, uygulanan net kuvvet disk döneşine için gereklidir fakat yeterli bir koşul değildir.

Eğer kuvvetin doğrultusu dönme noktasından geçiyorsa o kuvvetin döndürücü etkisi olan **tork** (moment) sıfırdır yani döndürme etkisi yoktur.

Bir cismin **eylemsizlik momenti** (dönme eylemsizliği), cismin belli bir eksen etrafındaki dönme hareketinin değişimine gösterdiği **direncin** ölçüsüdür. Çizgisel (**doğrusal**) hareketteki durum düşünüldüğünde, eğer kütleleri m ve M olan ($M > m$) iki cisme aynı kuvvet uygulanırsa, kütle küçük olan daha yüksek ivmeye sahip olacaktır. Bu yüzden, cismin kütlesi, cismin hareketindeki değişikliklere karşı koyan, aslında eylemsizliğin (**direncin**) bir ölçüsüdür ve ne kadar büyük kütleye sahipse o kadar büyük eylemsizlik momentine sahip olur.



Şekil-7: Sabit bir eksen etrafında R yarıçaplı dairesel yörüngede hareket eden m kütlesi.

Kütlesi m olan bir parçacığın R yarıçaplı bir daire etrafında döndüğü basit bir durumu düşünelim. Şekil-(7)'de gösterildiği gibi, m kütlesine dairesel yörüngeye teğet olacak şekilde bir F kuvveti etki etmektedir. Bu durumda, açısal ivmeye neden olan tork, $\tau = RF$ olarak verilir. **Newton'un ikinci kanununu** ($\Sigma F = ma$) ve teğetsel ivme ile açısal ivme arasındaki bağıntı ($a_t = R\alpha$) kullanarak;

$$\Sigma F = F = ma \quad (22)$$

$$F = mR\alpha \quad (23)$$

bağıntısını elde ederiz. Burada, α , " rad/s^2 " birimindedir. Bu ifadedeki her iki tarafı R ile çarparsak **torku** buluruz;

$$\tau = RF = R(mR\alpha) \quad (24)$$

$$\tau = mR^2\alpha$$

$$(Tek Parçacık için) \quad (25)$$

Bu eşitlikte, mR^2 ifadesi, parçacığın **sabit** bir dönme eksenine göre **eylemsizlik momentini** (dönme momentini) verir.

Kütlesi m olan noktasal bir cismin (parçacığın) sabit bir dönme eksenine göre **eylemsizlik momenti**, " mR^2 " olarak tanımlanır. Burada, R parçacığın dönme eksenine olan **dik** uzaklığıdır.

Şimdi, sabit bir eksen etrafında α açısal ivmesiyle dönen katı bir cismi, örneğin diski göz önüne alalım. Bu diskin dönme ekseninden farklı uzaklıklarda bulunan birçok parçacıktan oluştuğunu düşünebiliriz. Yukarıda bulunan **tork**, $\tau = mR^2\alpha$ ifadesini katı cismin her bir parçacığına uygulayabiliriz. Yani, cismin **i .parçacığı** için $\tau_i = m_i R_i^2 \alpha$ bağıntısı geçerli olur. Bu durumda, **toplam tork** ($\sum \tau_i$);

$$\sum \tau_i = (\sum m_i R_i^2) \alpha \quad (26)$$

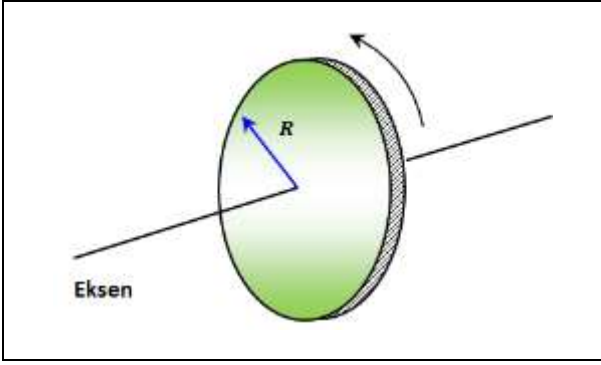
eşitliği ile verilir. Sabit eksen etrafında dönen diskin (katı cismin) üzerindeki her bir parçacığın açısal ivmesi aynıdır ve bu nedenle açısal ivme α parantez dışında belirtilmiştir. Katı cismin eylemsizlik momenti o cismi oluşturan her maddesel noktasının eylemsizlik momentlerinin toplamıdır. Dolayısıyla, birçok noktasal parçacıktan oluşan bir kütle dağılımının, sabit bir dönme eksenine göre **eylemsizlik momenti** ise;

$$I = \sum m_i R_i^2 = m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + m_3 R_3^2 + \dots \quad (27)$$

şeklinde ifade edilir. Bu eşitlikte, $m_1, m_2, m_3, \dots$ noktasal parçacıkların kütleleri, $R_1, R_2, R_3, \dots$ ise bu kütlelerin sırasıyla dönme eksenine olan dik uzaklıklarıdır. Sonuç olarak, sabit katı cisme uygulanan **net tork** için;

$$\sum \tau = I \alpha \quad (\text{Katı Cisim}) \quad (28)$$

bağıntısı bulunur. Katı cisme etkiyen **net tork** sıfırdan farklıysa cisim dönme eksen etrafında açısal ivmeli dönme hareketi yapar. Dönme hareketi için geçerli olan bu hareket denklemi yalnız **sabit bir eksen** etrafındaki dönme hareketi için **geçerlidir**.



Şekil-8: Dönme (merkez) eksenine göre eylemsizlik momenti I ve yarıçapı R olan bir katı cisim (disk).

Şimdi, **Şekil-(8)**'deki gibi R yarıçaplı, kütle merkezi boyunda uzanan **sabit** bir eksen etrafında dönen bir disk (katı cisim) düşünelim. Başlangıçta durağan olan bu cismi sabit bir eksende döndürmek için bir **net tork** ($\Sigma\tau$) uygulanması gerekir. Sabit bir eksen etrafında dönme hareketi yapan katı cisimler için **Newton'un 2.yasası**;

$$\Sigma\tau = I\alpha$$

(Tork)

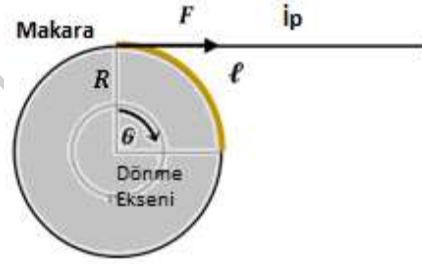
(29)

şeklinde ifade edilir. Bu ifade, öteleme hareketindeki **Newton'un ikinci kanununun** dönme hareketindeki karşılığıdır. Burada $\Sigma\tau$ döndürme kuvveti (yani net **tork**) olup birimi *Newton.metre* olarak verilir. Açısal ivmenin (α) birimi ise *radyan/s²* 'dir. Eylemsizlik momenti (I) birimi ise *kg.m²* 'dir. Katı cisme etki eden **tork**, açısal ivme ile orantılı olup, orantı sabiti (I) eylemsizlik momentidir. Eylemsizlik momenti büyük olan katı cisimlerin açısal momentumunu değiştirmek için daha büyük bir **tork** gerekir.

Tork (τ), kuvvet " F " ile ve açısal ivme (α) ise çizgisel ivme " a " ile yer değiştirmiştir. **Açısal ivme** ve **tork** tanımlarını birlikte kullanırken, birbirleri ile tutarlı birimlerin kullanıldığına dikkat edilmelidir; α için "*rad/s²*", τ için "*m.N*" ve eylemsizlik momenti, I için *kg.m²*.

Katı cismin eylemsizlik momenti I sadece kütleline değil, eksen boyunca kütlelerin dağılımı ile de bağlantılıdır. Eylemsizlik momenti ne kadar büyük olursa, katı cismi döndürmek o kadar zorlaşır. Örneğin, M kütleli ve R yarıçaplı cisim aynı kütleye sahip fakat daha küçük yarıçaplı cisme göre daha büyük bir eylemsizlik momentine sahiptir. Bu durumda, büyük yarıçaplı cismi dönme hareketine başlatmak ve durdurmak daha zor olacaktır.

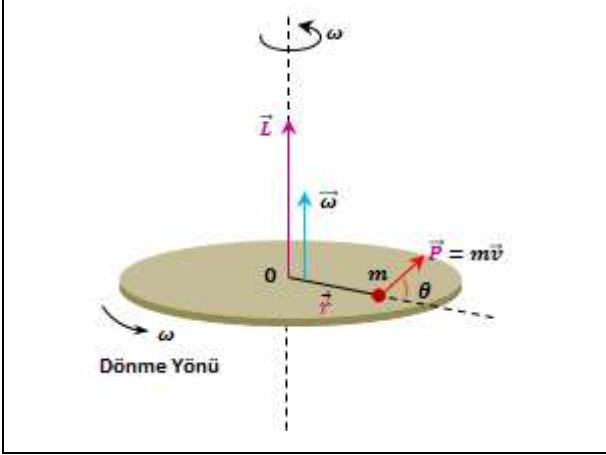
Bu bölümde daha önce açıklandığı gibi, katı bir cisme (örneğin, diske) dış kuvvet etki ettiğinde bu kuvvet cismin açısal ivme α kazanmasını sağlayan torka neden olacaktır. Bu dönme hareketi için, $\Sigma\tau = I\alpha$ formundaki **Newton'un ikinci kanununun** dönmedeki karşılığını kullanabiliriz. Bu durumu anlamak için, aşağıda verilen şematik gösterimi ele alalım.



Bu çizimde, bir makaraya etrafına sarılmış bir ip üzerinden sabit bir F kuvveti uygulanmaktadır. Eğer ip ℓ mesafesi kadar çekilirse, makara $\theta = \ell/R$ açısını tarayacak şekilde döner (R makara yarıçapı olup, θ radyan cinsinden ölçülmektedir). Dış kuvvet tarafından makaraya uygulanan **tork** $\tau = RF$ tarafından hesaplanır. Bu tork, merkez eksen etrafında açısal ivmeye neden olur.

Dolayısıyla, katı bir cismin eylemsizlik momenti I , **uygulanan net torkun** $\Sigma\tau$ neden olduğu açısal ivmenin ölçülmesi ve sonrasında **Newton'un ikinci kanunu**, $I = \Sigma\tau/\alpha$ kullanılmasıyla hesaplanabilir. Bu deneysel hesaplama, açısal hız deney düzeneği ile yapılan deneylerin temel amaçlardan biridir. Açısal ivmenin α *dev/s²* olarak değil, *rad/s²* biriminde olduğunu unutulmamalıdır.

4. Dönen Katı Bir Cismin Açısal Momentumu



Şekil-9: Sabit bir (z) eksen etrafında dönen bir diskin açısal momentumu ($\vec{L}$). Açısal momentumun yönü ile açısal hızın ($\vec{\omega}$) yönü aynıdır.

Bir cismin kütlesiyle hızının çarpımına **çizgisel momentum** veya kısaca **momentum** denir. Öteleme hareketindeki çizgisel momentumun dönme hareketindeki karşılığı **açısal momentumdur**. **Şekil-(9)**'da z -ekseni etrafında ω -açısal hızıyla dönen yatay bir katı cisim (disk) üzerinde, merkez eksen (orijin-0 noktasından) r kadar uzakta m -kadarlık bir parçacık gösterilmektedir. Aynı ω -açısal hızı ile dönmekte olan m -kütleli bu parçacığın çizgisel hızı ($\vec{v}$) olarak verilmektedir. Kütlesi m ve çizgisel hızı $\vec{v}$ olan bu parçacığın çizgisel momentumu ($\vec{p}$), kütle ile hız vektörünün çarpımı olarak verilir;

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (\text{Çizgisel Momentum}) \quad (30)$$

eşitliği ile gösterilir. Momentum, hız ile aynı yönde vektörel bir büyüklüktür. Sabit kütleli bu parçacık için **Newton'un ikinci yasası**;

$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \quad (\text{Newton'un 2. Yasası}) \quad (31)$$

bağıntısı şeklinde yazılabilir.

Kütlesi m -olan bir parçacığın momentumunun zamana göre değişim hızı bu parçacığa etki eden net kuvvete ($\Sigma \vec{F}$) eşittir.

Burada;

$\vec{a}$: Parçacığın ivmesi,

m : Parçacığın kütlesi,

$\Sigma \vec{F}$: Parçacık üzerindeki **net kuvvet**,

olarak tanımlanır.

Bir cisim (veya, m -kütleli bir parçacık) üzerine etki eden kuvvetlerin toplamına **net kuvvet** ($\Sigma \vec{F}$) denir. Cisme etki eden net bir kuvvet varsa, cisim bu kuvvetin yönü ve doğrultusunda ivmeli hareket yapar. Cismin ivmesi ($\vec{a}$), cisme etki eden net kuvvetle **doğru** orantılı olup, cismin kütlesi ile **ters** orantılıdır. Örneğin, kuvveti iki katına çıkarttığımız zaman, ivme de iki katına çıkar. Bu ivmenin **yönü** ise cisme etki eden net kuvvetin yönü ile aynıdır. **Newton'un ikinci yasasını** kullanarak m -kütleli bir parçacığın doğrusal momentumu ve ona etki eden **net** kuvvet ($\Sigma \vec{F}$) arasındaki bağıntı;

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \quad (32)$$

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (33)$$

olarak yazılabilir. Bir parçacığın (m kütleli cismin) doğrusal momentumunun değişim hızı (yani, zamana göre türevi) cisme etki eden net kuvvete eşittir.

- ✓ **Newton'un ikinci yasasına göre kütlesi m olan bir parçacığın (cismin) doğrusal momentumundaki değişim hızı, cisme etki eden net kuvvete ($\Sigma \vec{F}$) eşittir.**

Bir sisteme (veya bir parçacık üzerine) uygulanan **net dış kuvvet sıfır** ($\Sigma \vec{F} = 0$) ise sistemin momentumu zamanla değişmez (momentumun zamana göre türevi sıfır olur) ve dolayısıyla momentum **sabit** kalır (yani **korunur**).

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = 0 \quad (34)$$

Momentum korunumunun geçerli olduğu sistemler, çevrelerinden **yalıtılmış** ve dış kuvvetlerin önemsiz olduğu sistemlerdir. **Momentumun korunumuna göre**, herhangi bir çarpışmadan veya birleşmeden **önceki** toplam çizgisel momentum, **sonraki** toplam momentuma eşit olmalıdır. **Eşitlik-(34)**'de verilen bağıntıya göre momentum zamanla değişmeyip, bu sistem (yalıtılmış sistem) için herhangi bir başlangıç anındaki **ilk** momentum ile herhangi bir bitiş anındaki **son** momentum aynı olacaktır. **Diğer bir ifadeyle, sistemin momentumu korunur**;

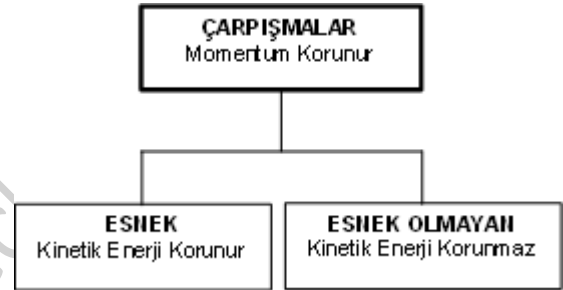
$$\vec{P}_{ilk} = \vec{P}_{son} \quad (35)$$

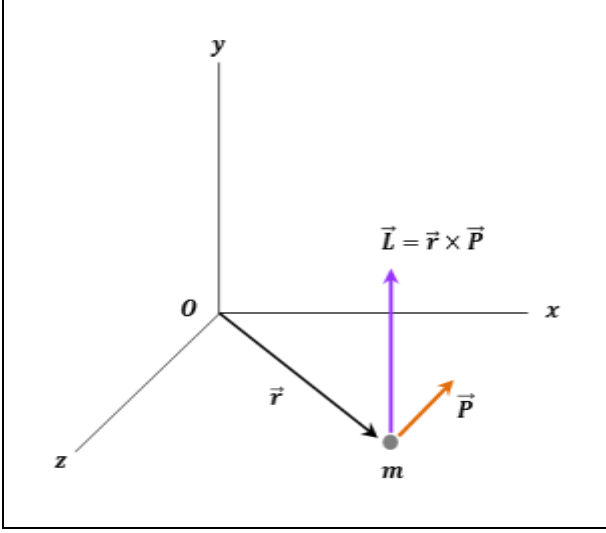
Momentumun korunumu yasasından, çarpışan cisimlerin (kütlesi m olan cisimlerin) çarpışma **öncesi** ve **sonrası** hareketleri hakkında bilgi edinmek mümkündür. Çarpışmalar, **esnek** ve **esnek olmayan** çarpışmalar olmak üzere iki çeşittir;

1. Kinetik enerjide bir kayıp yoksa çarpışma esnek çarpışmadır. Kinetik enerji, m kütleli bir cismin hareketinden (hızından) dolayı sahip olduğu enerjidir, $K = (1/2)mv^2$ bağıntısıyla verilir. Esnek çarpışmalarda, kütlelerin (cisimlerin) çarpışma **öncesi** kinetik enerjileri toplamı, çarpışma **sonrası** cisimlerin kinetik enerjileri toplamına eşittir. Aynı zamanda **momentum korunur**. İki cisim arasında olan bir esnek çarpışmada, ilk ve son hızlar aynı büyüklüğe sahip olacaktır.

2. Kinetik enerjinin korunmadığı çarpışmalar **esnek olmayan** çarpışmalardır. İki cisim çarpıştıktan sonra birbirine yapışıp birlikte harekete ediyorsa, cisimler esnek olmayan çarpışma yapmıştır. Bu durumda sadece **momentum korunur**. Kinetik enerji ise korunmaz (yani, bu tür çarpışmalarda kinetik enerji kaybı vardır). Çarpışmadan sonraki toplam kinetik enerji çarpışma öncesi toplam kinetik enerjiden daha küçüktür. Çarpışma sırasında cisimlerin kinetik enerjilerinin bir kısmı ısı enerjisine dönüşür.

Sonuç olarak, esnek ve tamamen esnek olmayan çarpışmaların her ikisinde de sistemin **toplam momentumu korunur**. Dolayısıyla, ilk momentumların toplamı son momentumlarının toplamına her zaman eşit olacaktır.





Şekil-10: Kütlesi m olan bir parçacığın bir orijine (O) göre anlık açısal momentumu ($\vec{L}$).

Şimdi, kütlesi m olan ve O koordinat başlangıcına göre $\vec{r}$ vektör konumunda bulunan bir parçacığın $\vec{P}$ doğrusal momentuma sahip olacak şekilde hareket ettiğini düşünelim (Şekil-10).

Bir parçacığın $\vec{L}$ açısal momentumu, $\vec{r}$ konum vektörü ile $\vec{P}$ doğrusal momentumunun vektörel çarpımı olarak tanımlanır. Birimi $kg \cdot m^2/s$ 'dir.

Sabit eksen etrafında dönmekte olan m -kütleli bu parçacığın **açısal momentumu** ($\vec{L}$);

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} \quad (\text{Açısal Momentum}) \quad (36)$$

eşitliği ile ifade edilir. Orijine (koordinat başlangıcına) göre bir parçacığın $\vec{L}$ açısal momentumu, o andaki $\vec{r}$ konum vektörü ile $\vec{P}$ doğrusal momentumunun vektörel çarpımıdır. Açısal momentumun yönü (**doğrultusu**), $\vec{r}$ ve $\vec{P}$ vektörleri tarafından oluşturulan düzleme diktir. $\vec{P} = m\vec{v}$ olması nedeniyle;

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} \quad (24)$$

bağıntısı yazılabilir. Burada;

- $\vec{L}$: **Parçacığın** açısal momentumu,
- $\vec{r}$: Konum vektörü,
- $\vec{P}$: Doğrusal (çizgisel) momentum,

şeklinde verilir.

Bu bağıntıdan görüldüğü gibi, konumu O -orijinine göre $\vec{r}$ -konum vektörü ile verilen m -kütleli parçacık $\vec{P} = m\vec{v}$ çizgisel momentumu ile hareket ediyorsa, O -noktasına göre bu parçacığın açısal momentumu, konum vektörüne ve parçacığın çizgisel momentumuna bağlı olacaktır. Konum vektörü ($\vec{r}$) ile çizgisel momentumun ($\vec{P}$) vektörel çarpımı olan açısal momentumun **büyükülüğü** (L);

$$L = rP \sin \theta \quad (37)$$

$$L = r(mv \sin \theta) \quad (\text{Açısal Momentum}) \quad (38)$$

bağıntısından hesaplanabilir. Burada, θ ; $\vec{r}$ ile $\vec{P}$ vektörleri arasındaki açıdır. Eğer $\vec{r}$ vektörü, $\vec{P}$ 'ye paralel olursa ($\theta = 0^\circ$ veya 180°), $L = 0$ olduğu görülür.

Buna karşılı, $\theta = 90^\circ$ ise, m -kütleli bu parçacığın açısal momentumun büyüklüğü aşağıdaki gibi olur;

$$L = mvr \quad (\text{Açısal Momentum}) \quad (39)$$

Önceden belirtildiği gibi, kütlesi m olan bir parçacığın (cismin) momentumunun değişim hızı, cisme etkiyen net kuvvete eşittir;

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (40)$$

Şimdi, m kütleli bir parçacığa etki eden **net tork** ($\Sigma \vec{\tau}$) ile **açısal momentum** ($\vec{L}$) arasındaki ilişkiyi bulalım. Eğer, parçacığın $\vec{L}$ açısal momentumunun zamana göre türevi alınır;

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{r} \times \vec{P}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{P} + \vec{r} \times \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (41)$$

Bu bağıntıda;

$$\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{P} = \vec{v} \times m\vec{v} = m(\vec{v} \times \vec{v}) = 0 \quad (42)$$

olacaktır ($\sin \theta = 0$ olması nedeniyle). Dolayısıyla,

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (43)$$

Parçacık üzerine etki eden net kuvvet bağıntısını aşağıda verildiği şekilde yeniden yazabiliriz;

$$\vec{r} \times \Sigma \vec{F} = \vec{r} \times \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (44)$$

Buradan;

$$\vec{r} \times \Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (45)$$

bağıntısı bulunur. Bu bağıntıda, $\vec{r} \times \Sigma \vec{F} = \Sigma \vec{\tau}$ ifadesi parçacık üzerine etki eden net tork'dur. Bu nedenle;

$$\Sigma \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

(Dönme için Newton'un İkinci Kanunu) (46)

- ✓ Bir parçacığa etki eden net tork ($\Sigma \vec{\tau}$), parçacığın açısal momentumunun zamana göre değişimine eşittir. Eylemsizlik momenti büyük olan cisimlerin açısal momentumunu değiştirmek için daha büyük bir tork gerekir.

Sabit eksen etrafında dönen bir **diskin** (yani, n sayıda kütle parçacığından oluşan katı bir cismin) toplam açısal momentumunu (L) bulabiliriz. Bir parçacıklar sisteminin verilen bir koordinat başlangıcına göre **toplam açısal momentumu**, parçacıkların her birine ait açısal momentumların vektörel toplamı olarak tanımlanır;

$$\vec{L} = \Sigma_{i=1}^n \vec{L}_i \quad (47)$$

Bu sisteme etki eden net tork ise, parçacıklar üzerindeki torkların toplamına eşittir;

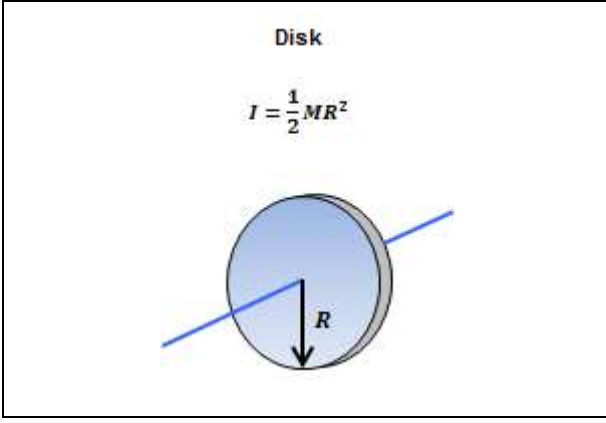
$$\vec{\tau}_{net} = \Sigma \vec{\tau}_i \quad (48)$$

Orijinden, yani **0**-koordinat başlangıcına göre r_i uzaklıkta, kütlesi m_i olan bir **parçacık** v_i hızına sahiptir. Diğer taraftan, $\vec{v}_i = \vec{r}_i \omega$ olup, açısal hız ω tüm parçacıklar için aynı değere sahip olacaktır. Kütlesi m_i olan parçacığın açısal momentumunun büyüklüğü (L_i);

$$L_i = m_i(r_i \omega)r_i = m_i r_i^2 \omega$$

(49)

şeklinde tanımlanır. Verilen bir orijine göre **parçacıklar sisteminin** toplam açısal momentumu (ΣL_i), bu parçacıkların her birine ait açısal momentumların vektörel toplamı olarak tanımlanır. Bu nedenle, sabit bir eksen etrafında dönen disk (katı cismin) her parçası için **açısal momentumların toplamı** tüm **diskin açısal momentumunu** verecektir.



Şekil-11: Merkezden geçen eksene göre M kütleli ve R yarıçaplı katı bir disk için eylemsizlik momenti.

Her bir parçacığın dönme eksenine olan konumu r_i ile gösterilirse, sabit eksen etrafında dönen diskin toplam açısal momentumu (ΣL_i) için genel bağıntı olarak;

$$L = \Sigma L_i = (\Sigma m_i r_i^2) \omega \quad (50)$$

eşitliği yazılır. Burada, $\Sigma m_i r_i^2$ ifadesi, katı cismin dönme eksenine göre **eylemsizlik momenti** olarak tanımlanır. Noktasal parçacıklardan oluşan bir sistemin 0-noktası (orijin) etrafında dönmesi durumunda eylemsizlik momenti aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$I = \Sigma m_i r_i^2 \quad (51)$$

Eşitlik-(51)'de verilen ifade **Eşitlik-(50)**'de kullanılırsa, sabit bir eksen etrafında ω açısal hızıyla dönen diskin (katı cismin) açısal momentumu ile eylemsizlik momenti arasında;

$$L = I \omega \quad (\text{Açısal Momentum}) \quad (52)$$

bağıntısı bulunur.

Sabit eksen etrafında dönen katı cismin açısal momentumunu vektörel olarak yazabiliriz;

$$\vec{L} = I \vec{\omega} \quad (53)$$

Açısal momentumun (L) yönü ile açısal hızın (ω) yönü aynıdır. Yarıçapı R olan M kütleli düzgün bir diskin merkezinden geçen ve disk düzlemine dik olan bir eksene göre eylemsizlik momentinin teorik (**beklenen**) değeri;

$$I_D = \frac{1}{2} MR^2 \quad (\text{Beklenen}) \quad (54)$$

Olarak verilir (**Şekil-11**). Eylemsizlik momenti (I); dönme eksenine, katı cismin kütlesine ve cismin geometrik şekline bağlıdır. Dönme hareketinde katı cisimlerin eylemsizlik momenti zamandan bağımsız bir sabittir ($I = \text{Sabit}$). **Newton'un ikinci kanunu**, dönme hareketinde;

$$\Sigma \tau = I \alpha \quad (55)$$

eşitliği ile tanımlanır ve katı cismin **sabit bir eksen** etrafındaki dönme hareket için geçerlidir. Cisim üzerine etkiyen **net tork**, açısal ivmeye neden olur. **Açısal ivme** (α);

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad (56)$$

olduğundan,

$$I \alpha = I \left(\frac{d\omega}{dt} \right) = \frac{d(I\omega)}{dt} = \frac{dL}{dt} \quad (57)$$

şeklinde yazılabilir. Burada I sabittir ve zamana göre aynı değerde kalmaktadır.

Böylece, cisim üzerine etki eden **net dış tork** ile **açısal momentum** arasında aşağıda verilen bağıntı geçerli olur;

$$\Sigma \tau = \frac{dL}{dt} \quad (\text{Dönme Hareketinde Newton'un İkinci Kanunu}) \quad (58)$$

Bu eşitlik, açısal momentum cinsinden **Newton'un ikinci kanununu** ifade etmektedir. Cisim üzerindeki **net dış tork** $\Sigma \tau$ sıfır ise, sabit bir eksen etrafında dönen bu cismin açısal momentumu için;

$$\frac{dL}{dt} = 0 \quad (\text{Açısal Momentumun Korunumu}) \quad (59)$$

bağıntısı geçerli olur. Dolayısıyla, dönen bir cisim için **açısal momentumun korunumu** kanunun aşağıda verildiği şekilde ifade edilebilir;

$$L = I\omega = \text{Sabit} \quad (\text{Açısal Momentumun Korunumu}) \quad (60)$$

Dönmekte olan katı bir cisme etki eden **net tork sıfır** olduğunda ($\Sigma \tau = 0$), bu cismin **açısal momentumu** sabit kalır ve dolayısıyla sistemin açısal momentumu korunmuş olur.

Açısal momentumun korunumuna göre bir sisteme etki eden bileşke dış tork sıfır ($\Sigma \vec{\tau} = 0$), sistemin başlangıçtaki toplam açısal momentumunun büyüklüğü ve yönü (doğrultusu) değişmez (sabit kalır);

$$\vec{L} = \text{Sabit} \quad (61)$$

$$\vec{L}_{ilk} = \vec{L}_{son} \quad (62)$$

$$I_i \vec{\omega}_i = I_s \vec{\omega}_s \quad (63)$$

Bir cisme uygulana **net kuvvet** ($\Sigma \vec{F}$) net ivmeye, katı bir cisim üzerine etki eden **net tork** (τ) da açısal ivmeye (α) neden olur. Katı bir cismin dönmeden **dengede kalması** için cisim üzerine etki eden dış kuvvetlerin ve dönme eksenine göre torkların bileşkesi sıfır olmalıdır ($\Sigma \vec{F} = 0$, $\Sigma \vec{\tau} = 0$). Katı cismin üzerine etkiyen net dış tork **sıfır** ve cisim sabit bir eksen **dönüyorsa**, açısal momentumun korunumu aşağıda verildiği şekilde yeniden yazılabilir;

$$I\omega = I_0\omega_0 = \text{Sabit} \quad (64)$$

Burada;

I_0 : **Başlangıç** zamanında ($t = 0$ **anında**) sabit bir eksene göre cismin eylemsizlik momenti,

ω_0 : Cismin $t = 0$ **anında ilk** açısal hızı,

I : Cismin eylemsizlik momenti,

ω : **Cismin t zaman sonra son** açısal hızıdır.

Sonuç olarak;

1. Bir sistem veya cismin üzerinde dış kuvvetlerin bileşkesi (**Net Tork**) **sıfır** ise başlangıçta sistemin sahip olduğu toplam açısal momentum ($\vec{L}$) değişmez (sabit kalır). Bu durumda katı cismin **açısal momentumu $L = I\omega$ korunur ($I\omega_i = I\omega_s$).**
2. Seçilen bir referans sisteminde katı cisme etki eden **net tork ($\Sigma \tau$) sıfırdan farklı** ise (cisme net bir tork etki ediyorsa) bu cisim dönme eksen etrafında açısal ivmeli (α) dönme hareketi yapar. Katı cisme uygulana net kuvvet net ivmeye, katı cisim üzerine etki eden net **tork** da açısal ivmeye (α) neden olur.

Doğrusal harekette ve dönme hareketinde kullanılan değişkenler aşağıda sunulmuştur;

Doğrusal Hareket

Dönme Hareketi

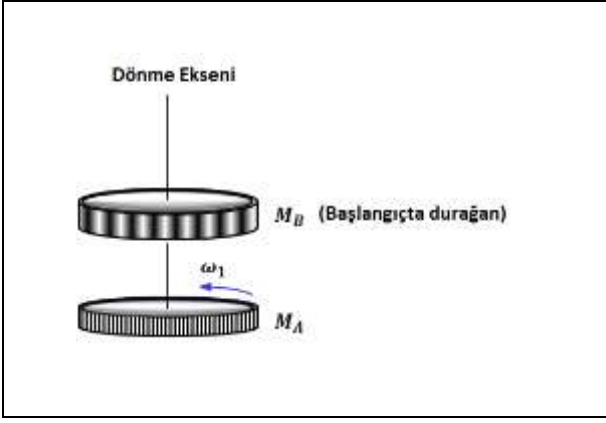
$m(kg)$	$I(kg.m^2)$
$a(m/s^2)$	$\alpha(rad/s^2)$
$P(kg.m/s)$	$L(kg.m^2/s)$
$F(N)$	$\tau(N.m)$

Sabit bir eksen etrafında dönen bir disk (katı cisim) üzerindeki her bir parçacığın (noktanın) açısal hızı ve açısal ivmesi aynıdır. Dolayısıyla, parçacığın ω açısal hızı ve α açısal ivmesi katı cismin dönme hareketini belirler. Dönme hareketindeki $\tau = I\alpha$ eşitliği, doğrusal harekette **Newton'un 2.yasası** olan $F = ma$ bağlantısının karşılığı olarak ifade edilir;

Doğrusal Hareket	Dönme Hareketi
$m(kg)$	$I(kg.m^2)$
$\vec{p} = m\vec{v}$	$\vec{L} = I\vec{\omega}$
$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	$\vec{\tau} = I\vec{\alpha} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

Açısal momentumun korunumu ilkesi, sistemde **net bir dış tork** etkisi yoksa toplam açısal momentumun sabit kalacağını (korunacağını) ifade eder. Toplam açısal momentum korunduğunda, açısal momentumun başlangıç ve son değerleri birbirine eşit olur.

- ✓ **Öteleme hareketi** için, bir parçacığın veya bir sistem içerisindeki parçacıklar (katı cisimler) üzerinde etkili olan kuvvet sıfırsa, $d\vec{P}/dt = 0$ olur ve sistemin toplam çizgisel momentumu **sabit** kalır. Bu durum, **çizgisel momentumun korunumu** kanunudur. Burada, $\vec{P}$ çizgisel momentumdur ve m kütleli bir parçacık için $m\vec{v}$ veya kütle merkezi (CM) $\vec{v}_{CM}$ hızı ile hareket eden toplam kütlesi M olan parçacık sistemi için $M\vec{v}_{CM}$ olarak tanımlanır.
- ✓ **Dönme hareketi** için, sistemdeki net tork sıfırsa, " $d\vec{L}/dt = 0$ and $\vec{L} = \text{Sabit}$ " koşulu geçerli olur.



Şekil-12: Açısal momentumun korunumu. Çarpışma öncesi M_A kütleli ve I_A eylemsizlik momentine sahip disk ω_1 açısal hızı ile dönmektedir. I_B eylemsizlik momentine sahip M_B kütleli disk hareketsiz durumdadır.

Örnek olarak kütle merkezi boyunca uzanan eksenle dönen eşit $R = 0.6m$ yarıçapa sahip kütleleri $M_A = 6kg$ ve $M_B = 9kg$ olan iki diski ele alalım (**Şekil-12**).

1. Diskler başlangıçta birbirinden bağımsızdır.
2. Disk M_A durağan durumdan $\Delta t = 2s$ kadar süre içinde açısal hızı $\omega_1 = 7.2 \text{ rad/s}$ olacak şekilde hızlandırılmıştır.
3. Başlangıçta durağan olan M_B kütleli üst disk, M_A kütleli ω_1 açısal hızı ile dönen alt diskin üzerine bırırmıştır.
4. **Çarpışmadan hemen sonra**, iki disk ortak ω_2 açısal hızı ile dönme hareketine devam etmektedir.

Bu bilgilerden, M_A kütlelerinin **açısal momentumunu** (L_A) ve bu kütleli **durağan** ($t = 0$) konumdan ω_1 açısal hızını kazanacak şekilde ivmelendiren **torku** (Γ) belirleyebiliriz. Eylemsizlik momenti I ve açısal hızı ω olan bir cismin açısal momentumunun, $L = I\omega$ olduğunu biliyoruz. Dolayısıyla;

$$L_A = I_A \omega_1 = \left(\frac{1}{2} M_A R^2\right) \omega_1$$

$$L_A = \frac{1}{2} (6kg)(0.60m)^2 (7.2 \text{ rad/s})$$

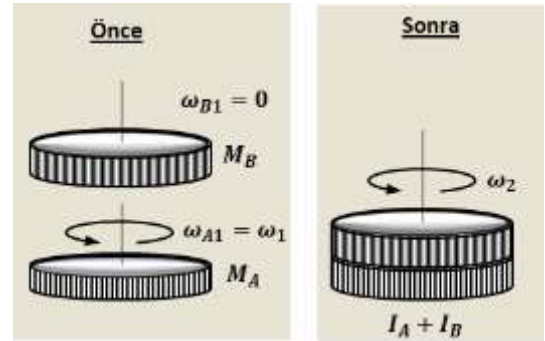
$$\checkmark L_A = 7.8 \text{ kg.m}^2/\text{s}$$

hesaplanır. M_A kütleli disk durağandan harekete geçtiği için, hızlanma süresince etkili olan **dış tork**;

$$\checkmark \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{7.8 \text{ kg.m}^2/\text{s} - 0}{2s} = 3.9 \text{ m.N}$$

olarak hesaplanır.

Daha sonra, kütleli M_B olan ve yine başlangıçta **durağan** olan ikinci disk, **serbest** dönen M_A kütleli diskin üzerine bırakılması ile iki disk **beraber** sabit (**ortak**) bir açısal hız ω_2 ile dönmektedir. M_B kütleli diskin M_A kütleli diskin üzeridine bırakılması işlemi süresinde sistemde net **dış tork sıfır** olduğu için disklerin üst üste gelmesi anında **açısal momentum** korunur. Sonuç olarak, sistemde **dış tork etkisi olmadığı** için açısal momentumun korunumu kullanılarak ω_2 açısal hızı hesaplanabilir. İki-kütleli sistem için **elastik olmayan çarpışmanın** şematik gösterimi aşağıda verilmiştir;



AÇISAL MOMENTUM

(ÖNCE)

$$I_A \omega_1$$

AÇISAL MOMENTUM

(SONRA)

$$(I_A + I_B) \omega_2$$

- ✓ İki disk arasında **sürtünme** mevcuttur ve her iki disk ω_2 açısal hızı ile dönmeye başlar. Sürtünmeden dolayı kinetik enerji korunmadığından bu çarpışma **inelastik bir çarpışmadır**.

Mekanik sistemde, **ilk** olarak, M_A kütleli disk sabit açısal hız ω_1 ile dönmektedir (yani, başlangıçtaki **toplam açısal momentum** alttaki dönen disk yüzündendir). **Sonrasında**, durgun olan M_B kütleli disk M_A kütleli diskin üzerine bırakılmaktadır. Bu nedenle $M_A + M_B$ kütleli iki-disk sisteminin toplam eylemsizlik momenti $I = I_A + I_B$ olacak şekilde ω_2 açısal hızı ile dönmeye devam edecektir. Burada, **çarpışmadan sonra** $M_A + M_B$ toplam kütleli aynı **dönme ekseninde** döndüklerini unutmayalım. M_B kütleli disk, diğer disk ile temas ettiği anda (çarpışmadan hemen sonra);

$$\omega_2 = \left(\frac{I_A}{I_A + I_B} \right) \omega_1$$

bağıntısı geçerli olur. Bu eşitlikte, ω_2 ; iki kütleli M_A ve M_B oluşturduğu sistemin **son** açısal hızıdır. İki disk de **aynı yarıçapa** sahip olduğundan bu eşitlik;

$$\omega_2 = \left(\frac{M_A}{M_A + M_B} \right) \omega_1$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Yarıçapları $R = 0.6m$ olan $M_A = 6kg$ ve $M_B = 9kg$ kütleli iki disk için **çarpışma sonrası** sisteminin açısal hızı (ω_2);

$$\omega_2 = \left(\frac{6kg}{15kg} \right) \left(\frac{7.2rad}{s} \right) = 2.9rad/s$$

hesaplanır.

5. Enerjinin Korunumu

Bir sistemin **mekanik enerjisi** (E), **potansiyel enerjisi** (U) ve **kinetik enerjisinin** (K) toplamına eşittir ($E = K + U$). Sisteme dışardan bir kuvvet etki etmediği sürece toplam enerji değişmez. Sürtünmeden dolayı oluşabilecek enerji kayıpları ihmal edilirse, enerjinin korunumuna göre sistemin toplam mekanik enerjisi **sabit** kalır. **Mekanik enerjinin korunumuna göre** bir sisteme sadece **korunumlu** kuvvetler etki ediyor ise sistemin toplam mekanik enerjisi sabit kalır, yani mekanik enerji korunur. Sistemin kinetik enerjisi bir miktar artar veya azalır ise potansiyel enerjisi de aynı miktarda azalır veya artar. Sürtünme kuvveti gibi korunumlu olmayan kuvvetler sisteme etki ettiği zaman mekanik enerji **korunmaz** (sürtünme kuvveti korunumsuz bir kuvvettir).

Cismin kinetik enerjisi skalar bir büyüklük olup, sadece cismin kütesine³ (m) ve hızına (v) bağlıdır, hareketin yönüne **bağlı değildir**. Kinetik enerjinin **hiçbir zaman** negatif olmayacağını ve kütle (parçacık) **durduğunda sıfır** olduğunu hatırlayalım. Enerji joule (J) cinsinden ölçülür ve 1 Joule, 1 Newton•metreye eşittir ($1J = 1N.m$).

5.1. Kinetik Enerji

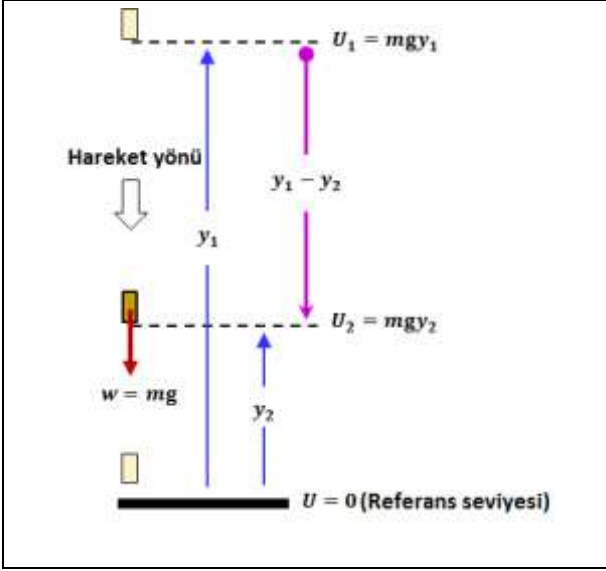
Kinetik enerji (**öteleme kinetik enerjisi**) bir cismin (veya parçacığın) doğrusal bir yoldaki hareketi ile ilgili olan enerjisidir. Kütle m olan ve v hızı ile hareket eden bir cismin kinetik enerjisi (K);

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (\text{Kinetik Enerji}) \quad (65)$$

eşitliği ile verilir. Bu bağıntı, doğrusal bir yolda hareket eden cisimlerin enerjilerini ifade etmekte kullanılır ve “**dönme**” kinetik enerjisi ile karıştırılmaması için genellikle çizgisel kinetik enerji (veya “**öteleme**” kinetik enerji) olarak isimlendirilir.

³ Kinetik enerjide kütle önemlidir, **ağırlık** ($w = mg$) **kullanılmaz**. Eğer m kütleli bir cismin ağırlığı verilirse, $w = mg$ bağıntısı kullanılarak kütle bulunmalıdır. Burada, “ g ” yerçekimi ivmesidir ve büyüklüğü $g = 9.8 m/s^2$ kabul edilir.

5.2. Yerçekimi Potansiyel Enerjisi



Şekil-13: Cisim " y_1 " yüksekliğindeki ilk konumundan " y_2 " yüksekliğindeki son konumuna hareket ettiğinde, yerçekimi potansiyel enerjisi değişir.

Önceki bölümde bir kütlenin hareketinden dolayı kinetik enerjiye sahip olabileceğini belirtmiştik. Hareket eden (dönmeyen) bir kütlenin enerjisi, çizgisel kinetik enerji, $K = (1/2)mv^2$ bağıntısı ile verilir. Bu bölümde ise, cismin bir sistem içerisindeki konumuna bağlı olarak **korunumlu kuvvetler** ile ilişkili **potansiyel enerjisi** U incelenecektir. Kinetik ile **potansiyel enerji** arasında karşılıklı dönüşüme izin veren kuvvetlere korunumlu kuvvetler denir. Potansiyel enerjiye en yaygın örnek, cismin **ağırlığı** ($w = mg$) ve $U = 0$ olarak kabul edilen referans bir seviyeden yüksekliği (y) ile ilişkili olan **yerçekimi potansiyel enerjisidir**. Hava sürtünmesinin ihmal edildiği bir ortamda belirli bir yükseklikten düşen cismin hareketini tarif etmek için iki yol vardır;

1. İlk yol, düşen cisim için **yerçekimi potansiyel enerjisinin** azalması ve **kinetik enerjisinin** artması durumudur. Kütlenin yüksekliği azaldıkça potansiyel enerjisi azalacaktır (cismin sahip olduğu bu enerji, hareket enerjisi olan **kinetik enerjiye** dönüşecektir). Yerçekimi kuvveti altında serbest düşen m kütlesinin her bir hareket noktasında **toplam mekanik enerjisi** (kinetik enerji ile potansiyel enerjinin toplamı) her zaman **sabit kalır**.

2. Diğer bir yol ise düşen cismin kinetik enerjisinin, **yerçekimi kuvvetinin** (yani ağırlığın, $w = mg$) cisim üzerinde **iş** yapması nedeniyle arttığını kabul etmektir.

Cismin ağırlığı üzerinden **yapılan işi**, cismin başlangıç noktasında göre y_1 yüksekliğinden kendisinden daha az yüksekliğe y_2 düşey konumda hareketini inceleyerek bulabiliriz (**Şekil-13**). Cisim üzerine ağırlığı nedeniyle **yapılan iş** $W_{\text{yerçekimi}}$:

$$W_{\text{yerçekimi}} = mgy_1 - mgy_2 \quad (66)$$

olarak verilir. Ağırlık ve yer değiştirme aynı yönde olduğunda cisim üzerinde yapılan iş **pozitif** olur.

Eşitlik-(66)'da görüldüğü gibi, işi ($W_{\text{yerçekimi}}$) " mgy " değerleri cinsinden ifade edebiliriz. Seçilen herhangi bir **referans konuma** ($y = 0$) göre y yüksekliğindeki (yani, koordinat sisteminin $y = 0$ başlangıç noktasına göre y yüksekliğindeki) m kütleli bir cismin yerçekimi potansiyel enerjisi;

$$U = mgy$$

$$(Yerçekimi Potansiyel Enerjisi) \quad (67)$$

şeklinde tanımlanır⁴. Burada, " g " yerçekimi ivmesi ve " m " cismin kütlesidir. Potansiyel enerji bir cismin (kütlenin) veya mekanik sistemin **konumu** (durumu) nedeniyle sahip olduğu enerjidir. Enerji birimi **Joule** (J) olarak verilir. Potansiyel enerji sadece kütlenin hareketini engellemeden verilen koordinat sisteminin merkezine göre seçilen bir referans noktasına (örneğin, **Şekil-13**'teki durumda $y = 0$) göre seçilir.

⁴ **Yerçekimi potansiyel enerjinin**, yerçekimi kuvveti ile ilişkili olduğunu unutmayalım. Bu nedenle, **yerçekimi potansiyel enerjisini**, kütle-yay sisteminde denge noktasından x -kadar bir yer değiştirme ile gerilmiş (yay sabiti k olan) bir yayın **elastik potansiyel enerjisi** $U = (1/2)kx^2$ ile **karıştırmayınız**.

Cismin **konumundaki** değişme ile yerçekimi potansiyel enerjisindeki **değişim** (ΔU), yerçekimi potansiyel enerjisinin **son** değerinden ($U_2 = mgy_2$) **ilk** değeri ($U_1 = mgy_1$) çıkarılarak bulunabilir. Yerçekimi potansiyel enerjisi, cismin belli bir referans noktasına göre dikey yöndeki konumuna (yüksekliğine) bağlıdır. Yer değiştirmeyi (y), herhangi iki noktanın **potansiyel enerjileri farkının** ($\Delta U = U_2 - U_1$) etkilenmediği bir referans noktasına (koordinat sisteminin başlangıç noktasına) göre ölçebiliriz. Koordinat sisteminin başlangıç noktasını (yani, $y = 0$) **referans konum** olarak seçilmesi, yerçekimi potansiyel enerjisinin **değişimini** ($\Delta U = mg\Delta y$) etkilemeyecektir. Böylece, y_1 yüksekliğinden y_2 yüksekliğine yapılan yer değiştirme sırasında yerçekimi kuvveti tarafından **yapılan iş** $W_{\text{yerçekimi}}$:

$$W_{\text{yerçekimi}} = U_1 - U_2 = -(U_2 - U_1) = -\Delta U \quad (68)$$

olarak ifade edilir.

- ✓ **Potansiyel enerji konuma bağlıdır. Yörüngeye bağlı değildir. Yerçekimi kuvvetinin cisme yaptığı iş; $-\Delta U$ olarak verilir.**
- ✓ **Potansiyel enerjinin ilk değeri $U_1 = mgy_1$ 'dir ve son değeri $U_2 = mgy_2$ 'dir. Yerçekimi potansiyel enerjisindeki değişim son değerden ilk değer çıkarılması ile bulunur, $\Delta U = U_2 - U_1$.**

Cisim düştükçe, potansiyel enerjisi azalır ve kinetik enerjisi artar (potansiyel enerji kinetik enerjiye **dönüşür**). Verilen bu bilgilerden aşağıda özetlenen sonuçlarını çıkarabiliriz;

1. Cisim üzerinde sabit yerçekimi kuvveti altında **yapılan iş** yerçekimi potansiyel enerjisinin DEĞİŞİMİ $U = mgy$ olarak ifade edilebilir.
2. Kütle m bir cisim y kadar **yukarı** hareket ettiğinde (yükseldiğinde) yerçekimi potansiyel enerjisi ($\Delta U > 0$) **artar**. Cismin **ağırlığı** ile yer değiştirmesi zıt yönlü olmasından dolayı cisim üzerinde **yapılan iş negatiftir**.

3. Eğer, m kütleli cisim y kadar **aşağı** hareket ettiğinde (alçaldığında) yerçekimi potansiyel enerjisi ($\Delta U < 0$) azalır. Yerçekimi kuvveti **pozitif iş** yapar. Ağırlık ve yer değiştirme aynı yöndedir.

5.3. Mekanik Enerjinin Korunumu

Bir sistemin potansiyel ve kinetik enerjileri her zaman değişebilir, fakat toplam enerjisi sabit kalır. **Korunumlu kuvvetler**, **kinetik enerji** (K) ile **potansiyel enerji** (U) arasındaki karşılıklı dönüşüme izin veren kuvvetlerdir (örnek olarak **yerçekimi kuvveti** veya yay elastik kuvveti). Korunumlu kuvvetlerde yapılan **iş** (W), cismin izleyeceği yoldan bağımsızdır, sadece ilk ve son konuma bağlıdır. Hava sürtünmesi ihmal edildiği (cisim üzerinde **yerçekimi kuvveti** dışında başka bir kuvvetin etkin olmadığı) bir ortamda " y_1 " **ilk** konumundan (yüksekliğinden) " y_2 " **son** konumuna hareket eden m kütleli bir cisim düşünelim (**Şekil-13**). Cismin y_1 ve y_2 yüksekliklerindeki hızları sırasıyla v_1 ve v_2 olsun. Cisim üzerinde yapılan **toplam iş** (W_{top}), y_1 konumundan y_2 konumuna doğru hareket eden cismin **kinetik enerjisindeki değişime** eşittir;

$$W_{top} = \Delta K = K_2 - K_1 \quad (69)$$

Durgun halde bulunan bir cisim bir **kuvvet** yardımıyla hareket ettirilirse, yapılan iş sisteme kazandırılan kinetik enerji kadardır. Eğer cisim üzerinde etkili olan tek **kuvvet yerçekimi kuvveti** ise, toplam **yapılan iş** (yani, yerçekimi kuvvetinin yaptığı iş) aynı zamanda;

$$W_{top} = W_{yerçekimi} = U_1 - U_2 = -\Delta U \quad (70)$$

olarak da yazılabilir.

Korunumlu bir kuvvetin yaptığı **iş** (W), potansiyel enerjisindeki değişim $-\Delta U$ ' ya eşittir.

Eşitlik-(69) ve **(70)** kullanılarak;

$$\Delta K = -\Delta U \quad (71)$$

$$K_2 - K_1 = U_1 - U_2 \quad (72)$$

bağıntısını elde ederiz.

Korunumlu sistemlerde kinetik enerjideki değişimler potansiyel enerjideki değişime eşit olur ($\Delta K = -\Delta U$).

Bu ifadeyi tekrar düzenlersek;

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad (73)$$

veya;

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 \quad \text{(Sadece yerçekimi iş yaptığıında)} \quad (74)$$

bulunur.

Mekanik enerjiyi (E) sistemin kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamı olarak tanımlarsak, y_1 noktasındaki toplam mekanik enerji;

$$E_1 = K_1 + U_1 \quad (75)$$

ve y_2 noktasındaki toplam mekanik enerji;

$$E_2 = K_2 + U_2 \quad (76)$$

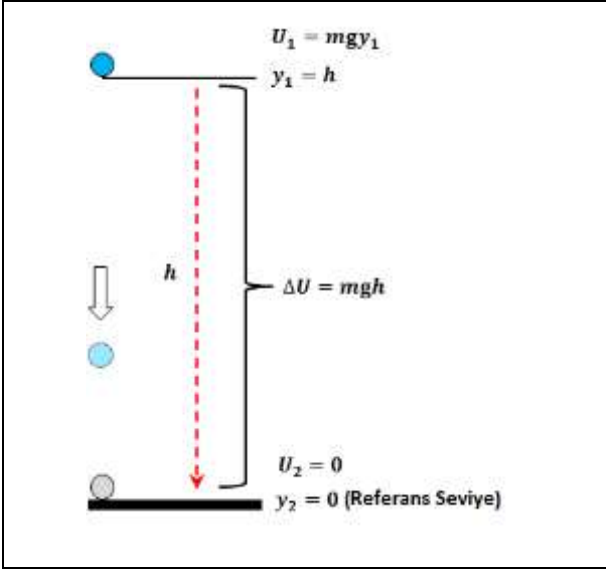
olacaktır. **Ağırlık**, bir cisme etki eden yerçekimi kuvvetini belirtir ($F = mg$). Burada m cismin kütleini g yerçekimi ivmesini göstermektedir. Cisim üzerinde iş yapan tek kuvvet cismin **ağırlığı** olduğundan, sistemin **toplam mekanik enerjisi** korunur. Diğer bir deyişle, **toplam mekanik enerji E sabittir** (yani, $E_1 = E_2$). Bu değer hareketin her anında aynı değerdedir;

$$E = K + U = \text{Sabit} \quad \text{(Toplam Mekanik Enerji)} \quad (77)$$

Sadece yerçekimi kuvveti iş yaptığında, toplam mekanik enerji **sabit** kalır yani **korunur**. Dolayısıyla, bir sistemin mekanik enerjisi zamanla değişmez. Başlangıç anındaki **kinetik** ve **potansiyel** enerjilerin toplamı herhangi bir t zaman geçtikten sonraki kinetik ve potansiyel enerjilerin toplamına eşit olur. **Mekanik enerjinin korunumu**, mekanik enerji değişimi toplamının sıfır olması anlamına gelir ($\Delta E = 0$).

Korunumlu bir kuvvetin bir cisim (parçacık) üzerinde yaptığı iş, cismin aldığı yola bağlı değildir. Sadece, parçacığın ilk ve son konumuna bağlıdır. Cisim üzerinde korunumlu kuvvetlerin etkili olduğu bir sistemde toplam mekanik enerji, **kinetik enerji** ile **potansiyel enerji** arasında değişecektir. Sadece korunumlu kuvvetler varsa, toplam mekanik enerji (E) korunur. Eğer sistemin enerjisi korunuyor ise sistemin **ilk** (E_1) ve **son** (E_2) mekanik enerji birbirine eşit olacaktır. Dolayısıyla, eğer kinetik enerji K artarsa, bu artışa eşit miktarda potansiyel enerji U , toplam mekanik enerji **sabit** kalacak şekilde azalmalıdır. Yerçekimi kuvveti⁵ ve elastik kuvvet ($F = -kx$) **korunumlu kuvvetlerdir**. Sürtünme kuvveti veya cismin harekete başlaması için gerekli çekme-itme, **korunumlu olmayan kuvvetlerdir**.

⁵ Kütlesi m olan bir cisime etki eden yerçekimi kuvveti, $F = mg$ olarak tanımlanır.



Şekil-14: Seçilen referans seviyeye göre ($y_2 = 0$) belirli bir $y_1 = h$ yüksekten serbest bırakılan kütleli (m) cismin başlangıçta sahip olduğu potansiyel enerjisi kinetik enerjiye dönüşür. Sürtünmesiz ortamda serbest düşmeye bırakılan cismin **yerçekimi potansiyel enerjisindeki değişim** (ΔU) mgh kadardır. **Potansiyel enerjideki bu kayıp**, kütle zemine çarpmadan **hemen öncesi** için belirlenir.

Mekanik enerjinin korunumuna örnek olarak, sadece yerçekimi kuvvetinin etkisi altında m kütleli bir cismin serbest düşme hareketi inceleyelim (**Şekil-14**). Eğer kütle durağan durumdan ($v_1 = 0$) hareketine başlarsa, **başlangıç** enerjisinin tamamı potansiyel enerjidir. Kütle m olan cisim düşerken, referans zemine göre yüksekliği " y " azalacağı için potansiyel enerjisi de azalır. Diğer taraftan, bu azalmayı dengelemek, yani kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamının **sabit** kalması, için kinetik enerjisi artar. Hareket doğrultusundaki herhangi bir nokta için, **toplam mekanik enerji**;

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgy \quad (78)$$

olarak verilir.

Bu eşitlikte, y referans seviyeye (noktaya) göre kütlelin yüksekliği ve v ise bu yükseklikteki hızıdır. Altsimge 1 **başlangıç** noktasını ($t = 0$ anında) ve altsimge 2 hareketin başlamasında sonraki **herhangi bir** noktayı temsil etmek için kullanılmaktadır. Korunumsuz kuvvetlerin (hava sürtünmesi gibi) ihmal edildiği durumda, mekanik enerjinin korunumunu aşağıda verilen şekilde uygulayabiliriz;

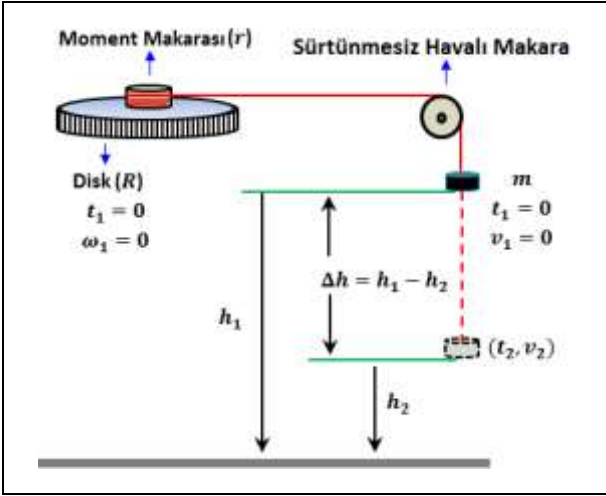
$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 \quad (79)$$

Eğer $y = 0$ noktasını referans seviye ($U = 0$) olarak seçersek, düşme anında kütlelin **başlangıç** potansiyel enerjisi $U = mgh$ olacaktır. Kütle m olan cisim zemine ulaşmadan **hemen önce**, başlangıç potansiyel enerjisini tamamı kinetik enerjiye dönüşecektir. Eğer **Eşitlik-(79)**'da $v_1 = 0$ ve $y_2 = 0$ değerlerini yerine yazarsak;

$$mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 \quad (80)$$

eşitliğine ulaşırız. Toplam mekanik enerji, sisteme etki eden tek kuvvetin **korunumlu kuvvet** olan **yerçekimi kuvveti** olması nedeniyle korunmuştur. Düşen kütlelin kinetik enerjideki **artış** potansiyel enerjideki **azalmaya** eşittir. Kütle aşağıya düşerken, hareketin her anı için potansiyel enerjideki kayıp kinetik enerjiye dönüşür ve bunun sonucu olarak kütlelin hızı artar ($\Delta K > 0$ ve $\Delta U < 0$). Dolayısıyla, yerçekimi dışında başka bir kuvvet kütle üzerinde iş yapmıyorsa (hava sürtünmesinin ihmal edildiği durum gibi) düşen kütlelin hareket süresince toplam mekanik enerji (kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamı) değişmez.

5.4. Dönme Kinetik Enerjisi



Şekil-15: Bir ipin ucuna bağlı, belirli bir mesafeden ($\Delta h = h_1 - h_2$) düşmesi için durağan durumdaki serbest bırakılan m kütlesi. İp, diğer ucundan r yarıçaplı bir moment makarasına sarılmıştır (moment makarasının tutturulmuş diskin yarıçapı R olarak verilmektedir). Diskin eylemsizlik momenti I ve kütlesi M 'dir.

Dönme hareketi ile ilgili yapılan deneylerin çoğu **Şekil-15**'de verildiği gibi küçük bir moment (tork) makarasına sarılı bir ipin ucuna asılı cismin (m kütlesinin) hareketi ile incelenir. Sistem, düşey bir eksen etrafında dönebilen düzgün bir disk (**katı cisim**) ile " Δh " yüksekliği boyunca düşen bir " m " kütlesinden oluşur. Asılı " m " kütlesinin **ağırlığı**, " r " yarıçaplı bir moment makarasına sarılı olan **ipi** çekerek, diski döndürür. İpin sarılı olduğu makara ve katı cismin (diskin) kütle merkezleri aynı dönme eksenindedir. İp ile temasta olan tork makarası üzerindeki herhangi bir **noktanın çizgisel hızı**, ipin v hızı (dolayısıyla " m " **kütlesinin aşağıya iniş hızı**) ile aynıdır. Bu nedenle, makara üzerindeki bir noktanın çizgisel hızı v ve teğetsel ivmesi a_t ile makaranın açısal hızı ω ve açısal ivmesi α $v = r\omega$ ve $a_t = r\alpha$ bağlantıları ilişkilendirir. Kütle (m)—disk (M) sistemi sabit bir kuvvetin etkisiyle hareket ettiği için (m kütlesinin **ağırlığı** nedeniyle), m kütlesinin düşey doğrultuda hareketi düzgün hızlanan (**sabit ivmeli**) doğrusal harekettir.

Sistemin **ilk mekanik enerjisi**, asılı m kütlesinin $t_1 = 0$ anında potansiyel enerjisi olan mgh_1 kadardır. Sistem durgun halden ($v_1 = 0$ ve $\omega_1 = 0$) harekete başlaması nedeniyle, başlangıçta sistemin toplam kinetik enerjisi **sıfırdır**. Asılı m kütlesi " Δh " kadar yer değiştirirse, başlangıçta sadece mgh_1 kadar potansiyel enerjisi olan m kütlesi, bu **başlangıç** enerjinin bir kısmını kendisinin **hızlanmasından** ve ipin sarılı olduğu tork makarası üzerindeki **diskin dönmelerinden** kaynaklanan **kinetik enerjilere** dönüştürecektir. Diğer bir deyişle, asılı m kütlesi düşerken (düzgün hızlanan doğrusal hareket yaparken), başlangıç potansiyel enerjisinin bir **kısmı**, asılı kütlenin **öteleme** ve diskin **dönme** kinetik enerjisine dönüşür. Eylemsizlik momenti cinsinden, sabit bir ekseninde ω açısal hızı ile dönen cismin (örneğin, bir diskin) **dönme kinetik enerjisi**;

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

(Deneyset)

(81)

olarak ifade edilir. Burada, " ω " **radyan/saniye** cinsinden ölçülür.

Kütlesi m olan bir cismin seçilen referans ($h = 0$) seviyesine göre h yüksekliğindeki yerçekimi **potansiyel enerjisinin**;

$$U = mgh$$

(Deneyset)

(82)

eşitliği ile ifade edildiğini biliyoruz. Asılı m kütlesi ve M kütleli diskin her ikisinde $t = 0$ anında **durağan durumdan** (sıfır kinetik enerjisi ile) harekete geçmektedir. Referans ($h = 0$) seviyesine göre h_1 kadar yükseklikten düşüşe bırakılan m kütlesi, hareketi sırasında potansiyel enerjisini kaybedecektir. Bu kaybedilen enerjinin bir **kısmı**, disk tarafından **dönme kinetik enerjisi** $K = (1/2)I\omega^2$ olarak kazanılacaktır. Yerçekimi potansiyel enerjisinin **diğer kısmı** ise ipe asılı m kütlesine **kinetik enerji**, $K = (1/2)mv^2$ olarak aktarılacaktır.

Sistemdeki toplam kinetik enerji, ω açısal hızıyla **dönen diskin** ve v çizgisel (doğrusal) hızla **düşen m kütle**sinin kinetik enerjilerinin toplamıdır. Bu durumda, **herhangi bir anda** diskin ve m kütlesinin **toplam kinetik enerjisi** (K);

$$K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (\text{Deneyset}) \quad (83)$$

şeklinde olmalıdır. Burada, ilk terim, $(1/2)mv^2$ düşen kütlenin **öteleme kinetik enerjisi**, ikinci terim $(1/2)I\omega^2$ ise makaraya tuturulmuş diskin **dönme kinetik enerjisi**dir. Bu eşitlikten görüldüğü gibi, düşen **kütle**, **öteleme (çizgisel)** hareketine bağlı olarak ve dönen **disk** ise yaptığı dönme hareketine bağlı olarak kinetik enerjiye sahiptir. İpin sarıldığı **tork** makarasının yarıçapı r ise diskin dönme **açısal hızı** (ω) ile düşen m kütlesinin **aşağıya iniş hızı**— yani **çizgisel hızı** (v) arasında;

$$v = r\omega \quad (\text{Deneyset}) \quad (84)$$

bağıntısı vardır. Burada; r ipin sarılı olduğu **moment makarasının**⁶ yarıçapıdır (dönen diskin yarıçapı değil!).

NOT: Tork makarasının (dolayısıyla M kütleli diskin) dönme hareketi ve düşen m kütlesinin çizgisel hareketi aynı ip üzerinde olduğu için, DÜŞEN kütlenin (m) çizgisel hızı (v) ile DÖNEN diskin (M) açısal hızı (ω) arasında $v = r\omega$ gibi bir ilişki vardır. Burada r diskin dönmesini sağlayan moment (tork) makarasının yarıçapıdır.

Enerjinin korunumu ilkesine göre, sistemin **başlangıç** ($t = 0$ anındaki) **potansiyel enerjisi**, **öteleme** ve **dönme** enerjilerini içerecek şekilde sistemin herhangi bir **andaki** toplam enerjisine eşit olmalıdır. Yani, sistemde, sürtünme kuvveti veya korunumsuz bir kuvvet etkili değilse;

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \quad (85)$$

eşitliği geçerlidir. Bu ifade, belli bir zamanda (1) ölçülen **$E = K + U$** değerinin farklı bir zamanda (2) ölçülen **$K + U$** değerine eşit olduğunu göstermektedir. Enerji yaklaşımını kullanarak, ilk olarak mekanik sistemin **başlangıç** ve **son** durumları (konum ve hız olarak) tanımlanmalıdır. Bu işlemde, alt simge "1" **başlangıç konum** ve alt simge "2" **son konum** için kullanılmaktadır. **Böylece, Şekil-(15)'de verilen durum için enerji korunumunun bütünleştirilmiş temel denklemi;**

$$\frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}I\omega_2^2 + mgh_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}I\omega_1^2 + mgh_1 \quad (86)$$

şeklinde yazılabilir. Burada, m asılı küttedir ve v ise sabit ivmeli hareket yapan bu kütlenin herhangi bir **andaki** çizgisel hızıdır. Ayrıca, I dönen diskin eylemsizlik momenti ve ω bu diskin açısal hızıdır. Bu anlatım, **başlangıç** durumdaki kinetik enerji (K_1) ile potansiyel enerji toplamının (toplam **başlangıç** mekanik enerjisinin) **son** durumdaki kinetik enerji (K_2) ile potansiyel enerji toplamına (toplam **son** mekanik enerjisine) eşit olduğunu ifade etmektedir. **Şekil-(15)'de** verilen örnekte m kütlesinin düşmeye başlamadan hemen önceki ($t = 0$) durumu gösterilmiştir. Bu noktada sistemin kinetik enerjisi yoktur. Yani, $K_1 = 0$ ve potansiyel enerjisi ise $U_1 = mgh_1$ 'dir. Eğer kütle-disk sistemi durağan durumdan ($v_1 = 0$, $\omega_1 = 0$) serbest bırakılırsa, sistemin sahip olduğu **başlangıç** potansiyel enerjisi ($U_1 = mgh_1$) **düşen m kütle**sine ve **dönen diske** kinetik enerji olarak aktarılır.

⁶ Moment makarasının yarıçapı, diskin yarıçapı R ile karışmaması için r olarak ifade edilmektedir.

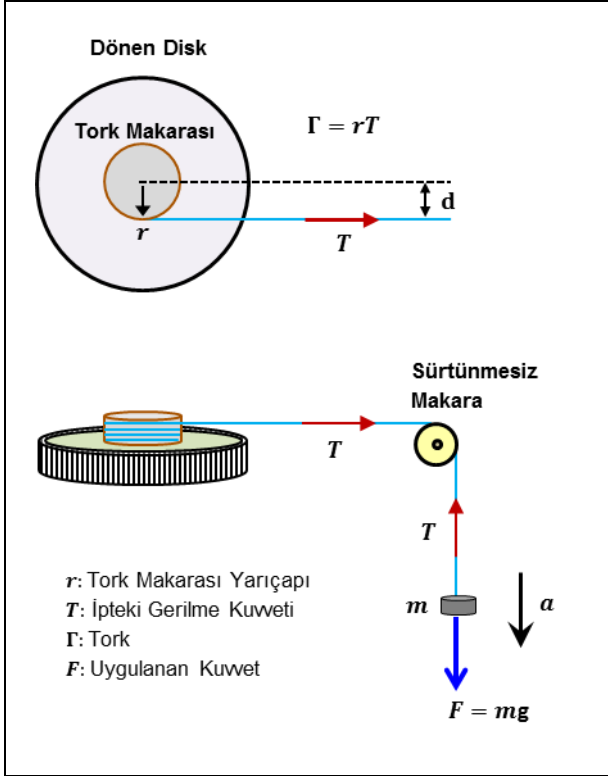
Başka bir deyişle, kütle (m) düşerken, potansiyel enerjisinin bir kısmı düşen **kütlenin öteleme** ve **diskin dönme kinetik** enerjisine dönüşür. Böylece, **Eşitlik-(86)**'da verilen ifade;

$$mgh_1 = \frac{1}{2}I\omega_2^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \quad (87)$$

$$mg(h_1 - h_2) = \frac{1}{2}I\omega_2^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \quad (88)$$

$$mg(\Delta h) = \frac{1}{2}I\omega_2^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \quad (\text{Deneyssel}) \quad (89)$$

durumuna gelir. Dolayısıyla, **öteleme** ve **dönme** kinetik enerjilerinin tanımları kullanılarak ve sistemde **kaybedilen** potansiyel enerji ile **kazanılan** bu iki kinetik enerjinin toplamı karşılaştırılarak, **mekanik enerjinin korunumu** deneysel olarak ispatlanabilir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, **durağan** ($t = 0$) durumdan Δh kadar düşeyde hareket yapmasına izin verilen asılı kütlenin (m), bu hareketi sırasında potansiyel enerjisinin $\Delta U = mg(\Delta h)$ kadar **azalacak olmasıdır**.



Şekil-16: Merkez eksen etrafında dönebilen disk üzerine sabit bir tork uygulamak (Γ) için asılı kütle (m) kullanılır. İpteki gerilme, moment makarasının yarıçapına (r) her zaman **dik** olacak şekilde bir kuvvete neden olur. Bu gerilme kuvveti nedeniyle makara üzerinde etkili olan **tork** $\Gamma = rT$ büyüklüğüne sahiptir.

Kütle merkezinden geçen sabit bir eksen etrafında dönme hareketi yapabilen katı bir cismin (**diskin**) **eylemsizlik momenti** (I) cisme dönme yörüngesine teğet, değeri bilinen bir tork (Γ) uygulanarak ve sonuç **açısal ivmesi** (α) ölçülerek deneysel olarak hesaplanabilir. Sisteme uygulanan bu tork (Γ), **Şekil-16**'da gösterildiği gibi küçük moment **makarasına** sarılmış ipin diğer ucuna asılan ağırlık (mg) ile oluşturulur. Burada görüldüğü gibi, diske bir tork (Γ) uygulamak için ip diskin üzerindeki moment makarasına sarılır. Böylece, uygulanan tork **diskin** merkez eksenini boyunca bir **açısal ivme** (α) kazanmasına sebep olur. Diğer bir deyişle, durağan durumdan harekete geçen disk, **sabit** açısal ivme (α) ile merkez ekseninde dönme hareketi yapar.

Düşen kütlenin (m) düşey yönde ivmelenmesi için aynı yönde net bir kuvvet (ΣF) etkisinde olması gerektiğinden, ipteki gerilme kuvvetinin (T) ağırlıktan (mg) **küçük olması** gerekir. **Newton'un ikinci kanununu** kullanarak, düşen kütlenin üzerindeki net kuvvet; ΣF ;

$$\Sigma F = mg - T = ma = mra \quad (90)$$

olarak ifade edilir. Burada; T ipin gerilme kuvveti, m asılı kütle, a düşen kütlenin **çizgisel** (doğrusal) **ivmesi** ve r ipin sarıldığı **moment makarasının** yarıçapıdır.

NOT: Düşen kütlenin m **çizgisel** ivmesi (a) ipin bağlı olduğu moment makarasının dış çeperindeki herhangi bir noktanın **teğetsel** ivmesine eşittir (yani, $a = a_t$). Bu **teğetsel** ivme, dönen **diskin** **açısal ivmesi** ile " $a = r\alpha$ " olarak ilişkilidir.

Eşitlik-(90), T 'ye göre çözüldüğünde;

$$T = mg - mra \quad (\text{Deneyssel}) \quad (91)$$

$$T \approx mg \quad (92)$$

bağıntısını verir. Düzenekte kullanılan moment (tork) makarasının yarıçapı (r), $T \approx mg$ yaklaşımını yapmayı sağlayacak kadar küçüktür. **Eğer, ip moment makarasını serbest döndürecek şekilde makaraya sarılırsa ve ip makaranın üstünde kaymıyorsa**, ip tarafından makaraya uygulanan **kuvvet** ($F = mg$) ipteki gerilme kuvvetine (T) eşit olacaktır ($T = mg$). İpteki bu gerilme T , **diskin** dönmesinde etkili olan **torka** neden olan kuvvettir.

Gerilme kuvveti moment makarasının yarıçapına her zaman **diktir**. Dolayısıyla, diske tutturulmuş makara üzerindeki tork;

$$\Gamma = rT \quad (\text{DeneySEL}) \quad (93)$$

olacaktır. Moment **makarası** üzerindeki tek tork (Γ), ip gerilmesinden (T) kaynaklanmaktadır ve gerilme kuvveti (T) ile **makara** yarıçapının (r) çarpımına eşittir.

Katı cisim (disk), sabit bir eksen etrafında açısal bir ivme (α) ile dönüyorsa, üzerinde net bir tork $\Gamma = I\alpha$ olduğunu biliyoruz. Bu eşitliğin, **Newton'un ikinci kanununun** dönme hareketindeki karşılığı olduğunu ve **sabit bit eksen** etrafında dönen katı cisimler için geçerli olduğunu hatırlayalım. **İp gerilmesi** (tork makarasına uygulanan kuvvet) dönme eksenine dik olduğundan, gerilmeden kaynaklı **tork** için;

$$\Gamma = rT = I\alpha \quad (\text{DeneySEL}) \quad (94)$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu bağıntıda; I diskin eylemsizlik momenti, r ise T kuvvetinin uygulandığı makara yarıçapı (disk yarıçapı değil!) olarak verilmiştir. Burada görüldüğü gibi, disk üzerine etkiyen değeri **bilinen** bir **tork** (Γ) için **açısal ivme** " α " hesaplanırsa dönme hareketinde bulunan bu diskin **eylemsizlik momenti** deneysel olarak tahmin edilebilir;

1. Eğer kütlesi m olan bir cisim, disk üzerine tutturulmuş yarıçapı (r) olan bir moment makarasına sarılı ipin ucunda asılırsa, ipin **gerilme kuvveti** (T) makara yarıçapına (r) her zaman **dik** olan bir **kuvvete** neden olur.

- **Newton'un ikinci kanunu** ($\Sigma F = ma$), doğrusal harekette kuvvet, kütle ve ivme arasındaki ilişkiyi belirtir. Sabit bir eksen etrafında **dönme hareketi** için hareket yasası benzer olarak ($\Gamma = rT = I\alpha$) ifadesi ile verilir.

Moment makarasının (dolayısıyla, DİSKİN) dönme ekseninden r kadar mesafede $T = mg - ma$ eşitliği ile verilen bir kuvvet uygulanmaktadır. Bu kuvvetin (yani, ipteki T büyüklüğündeki gerilmenin) yaratacağı **tork**, $\Gamma = rT$ bağıntısından hesaplanır. Moment makarasının yarıçapı (r), $T \approx mg$ yaklaşımını yapmayı sağlayacak kadar küçük ise hesaplamalarda $T = mg$ alınabilir (bu durumda, $\Gamma = mgr$ olur). Burada, m asılı kütle, g yerçekimi ivmesi, r ise **tork** (moment) makarasının yarıçapıdır.

- Tork (Γ); oluşumuna neden olan gerilme kuvveti (T) cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$\Gamma = rT \quad (\text{DeneySEL}) \quad (95)$$

Burada, r ; ipin sarıldığı moment makarasının yarıçapıdır.

2. Tork makarası ve diski oluşturan sistem üzerine etkiyen tork ile **dönen makaranın** (dolayısıyla, diskin) açısal ivmesi (α) arasında;

$$\Gamma = I\alpha \quad (\text{DeneySEL}) \quad (96)$$

bağıntısı vardır.

DeneySEL olarak açısal ivme " α " değerine ulaşmak için dönen diskin açısal hızına (ω) karşı zaman (t) grafiği çizilmelidir. **Sabit bir açısal ivme** (sabit açısal **hız** değil!) ile dönen cisim için $\omega(t) = \alpha t$ bağıntısı geçerli olduğundan, açısal hız verilerine doğrusal eğri uydurma uygulandığında elde edilen en iyi uyum doğrusunun **EĞİMİ** dönen cismin **AÇISAL İVMESİNİ** α (rad/s^2) verecektir.

3. **Makara-disk sistemine** uygulanan **tork** (Γ) ve dönen katı cismin (diskin) **açısal ivmesi** (α) biliniyorsa, diskin eylemsizlik momenti DENEYSEL olarak hesaplanabilir;

$$I(kg.m^2) = \frac{rT}{\alpha} \quad (\text{DeneySEL}) \quad (97)$$

Newton'un ikinci kanununa göre, bir cisme uygulanan net kuvvet o cisme bir ivme kazandırır. Yani, net kuvvet **çizgisel (doğrusal)** bir **ivmeye** neden olur ($F = ma$). Bunun yanında, net **tork** ise bir açısal ivmeye (α) neden olur. Makaranın dönmesine yol açan **tork**, makaraya bağlı bir ipe asılı kütlenin **ağırlığı** ile oluşur. Makara-disk sistemi durağan halden serbest bırakılırsa ($t = 0$ anında ilk hız sıfır), dönen diskin t kadar bir zamanda **açısal hızı** (ω);

$$\omega = at \quad (\text{Deneyssel}) \quad (98)$$

olacaktır. Bu eşitlik, dairesel hareket yapan katı cismin herhangi bir andaki (herhangi bir t zamanındaki) açısal hızını verir.

İpin sarıldığı moment makarası yarıçapı r ise diskin **dönme açısal hızı** (ω) ile m kütlesinin aşağıya iniş hızı, yani **doğrusal hızı** (v) arasında $v = r\omega$ bağıntısı vardır.

Merkez eksen etrafında dönen bir disk (katı cisim) için **açısal ivme** (α) ile **teğetsel ivme** (a_t) arasında aşağıda verilen eşitlik geçerlidir;

$$a_t = r\alpha \quad (\text{Deneyssel}) \quad (99)$$

Asılı m kütlesi durağan konumdan serbest bırakılırsa, asılı kütlenin düşey eksenindeki **çizgisel** ivmesi (a), **ilk** konumdan (burada ilk hız $v_0 = 0$) **son** konuma (x) olan harekette geçen zaman " t " ölçülerek kütlenin çizgisel ivmesi bulunabilir;

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (100)$$

$$a = \frac{2x}{t^2} \quad (101)$$

Döner diskin **teğetsel** ivmesinin (a_t) asılı kütlenin **çizgisel** ivmesine (a) eşit olduğunu hatırlayalım. Ayrıca, **açısal** ivme (α) ile **teğetsel** ivme (a_t) arasında $a_t = r\alpha$ gibi bir ilişki vardır.

Sabit bir eksen etrafında dönen katı cisimlerin **dönme** hareketinin kinematiği **doğrusal** (çizgisel) hareket eden bir cismin (veya parçacığın) hareketinin kinematiğine benzer;

Çizgisel Hareket (Doğrusal)	Dönme Hareketi (Açısal)
v	ω
$a = \text{Sabit}$	$\alpha = \text{Sabit}$
m	I
$\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{\Gamma} = I\vec{\alpha}$
$v(t) = v_0 + at$	$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$
$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
$K = \frac{1}{2} mv^2$	$K = \frac{1}{2} I\omega^2$

Eğer katı bir cisim (disk) sabit ivmeli dönme hareketi yaparsa, **açısal** denklemler **çizgisel** hareketteki karşılıkları gibi yazılabilir. Öteleme ve dönme kinetik enerjilerinin ifadeleri karşılaştırılarak, açısal hızın (ω) çizgisel hızın yerine (v) ve eylemsizlik momentinin (I) kütle (m) yerine kullanıldığı görülür. $t = 0$ anındaki açısal hız ω_0 ile temsil edilirken, θ ve ω herhangi bir t zamanında ölçülen sırasıyla açısal **konum** ve **hız** değerleridir. Sabit açısal ivmeli dönme hareketinde açısal hız düzgün bir oranla değişecektir.

6. Deney Düzeneği



Şekil-17: Deney düzeneğinin üstten görünüşü. İki çelik disk ve bir alüminyum disk sırasıyla "9" ve "10" olarak gösterilmektedir.

Merkezinden geçen eksen etrafında dönen **kati bir cismin** dönme hareketini incelemek için kullanılan (açısal ivme, açısal hız, eylemsizlik momenti ve mekanik enerjinin korunumu) deney düzeneği **Şekil-17**'de gösterilmiştir. Burada kullanılan numaraların açıklamaları aşağıda verilmiştir;

A. 1, 2, 3, 4 ve 5 numaraları, disklerin dönmesini belirleyen **metal hava tıparıdır**.

- **5 nolu hava tıpası** 6 Numaranın en sağına yerleştirildiğinde ve **üçüncü hava tıpası** (dişli ve üzerinde delik olmayan) üstteki diskin deliğine yerleştirildiğinde, iki disk birbirinden bağımsız olarak dönecektir.

- **6 Numaradaki** en sağ delik kapatıldığında ve üstteki diskin deliği kapatılmadığında, iki disk beraber dönecektir.

B. İkinci (dişli ve üzerinde delik olan), **dördüncü** (dişsiz ve üzerinde delik olmayan) ve **beşinci hava tıpası** (en uzun, **dişsiz** ve üzerinde delik olmayan) **açısal momentumun korunumu** deneylerinde kullanılmaktadır.

- ÜST diskin deliğine takılan **ikinci (2.) tıpanın** üzerine **dördüncü (4.) tıpa** yerleştirilirse, diskler bağımsız olarak dönecektir.
- **Dördüncü tıpayı** çekmek disklerin beraber dönmesine neden olacaktır.

C. Dönme aygıtının **optik sensör** ve **sinyal sayıcısı** (11 ve 16 numaralar):

- **Sinyal sayıcı (dijital ekran)** bir saniye aralıklarla optik sensörden geçen siyah çizgilerin sayısını sayar ve sayıyı iki saniye boyunca ekranda gösterir. **Optik sensör alt ve üst diskteki çizgileri aynı anda sayar.**

- **Optik sensör; “0” ve “1” saniye arasında sensörden geçen çizgilerin sayısını sayar ve 2 saniye için bu sayıyı ekranda gösterir.**
- **Diğer veri için, “1” ve “2” saniyeler arasındaki geçen çizgilerin sayısını sayar ve benzer şekilde 2 saniye için bu değeri gösterir.**
- **Sonuç olarak, “zamanlayıcı”, “0” ve “1”, “1” ve “2” ve “2” ve “3” saniyeleri arasındaki okumayı gerçekleştirerek sayar.**

Dijital ekrandan ard arda okunan değerler arasında geçen süre 2s'dir.

Hava Tıplarının Uzunlukları (Güncel)
Siyah, Deliksiz Hava Tıpası, L=25mm
Siyah, Delikli Hava Tıpası, L=18mm
Sarı, Delikli Tıpa, L=27mm
Uzun Pim, L=48mm
Kısa Pim, L=36mm

D. İki deliğin solunda olanın bir işlevi yoktur (6 Numara). Sağ taraftaki ise disklerin dönmesini kontrol etmek içindir.

E. 12 Numara: Hava kompresörünün hortumunun bağlandığı yerdir. Plastik hortum itirilerek takılır. Hortum çıkarılmak istendiği zaman, bağlantı yerindeki mavi kısım kalacak şekilde hortum çekilir.

F. 14 Numara: **ALT diskin hareket ettiği sabit disk yüzeyidir** (hareket etmez). Hava yastığı (sürtünmesiz bir yüzey) oluşturmak için kullanılır.

G. 15 Numara: Üstünden bir ucuna kütle asılmış ipin geçtiği sürtünmesiz bir makaradır. İpin diğer ucu **tork makarasının** (yarıçap, $r = 1.25cm$) etrafına sarılır.



Şekil-18: Metal diskler ve hava tıpaları.

Şekil-(18) deneyde kullanılan diskleri ve hava tıpalarını göstermektedir. Numaralar aşağıda açıklanmıştır:

a) 1 Numara: (Şekil-17'de 9 Nolu disk). Disk yüzeyine yerleştirilen ALT DİSK olarak kullanılır.

- 1338g ağırlığında, 116mm çapında ve kenarlarında 200 çizgi vardır.

- ✓ $M = 1338g$
- ✓ $\phi = 116mm$ (Yarıçap, $R = 58mm$)
- ✓ $N = 200$ çizgi

b) 2 Numara: (Şekil-17'de verilen 9 Numaralı disk). ALT diske tutturulmuş ÜST disk'tir. Bu disk paslanmaz çelikten yapılmıştır.

- Disk 1364g ağırlığında, 116mm çapında ve kenarlarında 200 çizgi vardır.

- ✓ $M = 1364g$
- ✓ $\phi = 116mm$ ($R = 58mm$)
- ✓ $N = 200$ çizgi

c) 3 Numara: ÜST disk olarak kullanılmak için yapılmış diğer disk'tir. Alüminyumdan yapılmıştır.

- 462g ağırlığında, 116mm çapında ve kenarlarında 200 çizgi vardır.

- ✓ $M = 462g$
- ✓ $\phi = 116mm$ ($R = 58mm$)
- ✓ $N = 200$ çizgi

d) 4 Numara: Delikli hava tıpasının (6 Numara) kapanıp açılmasını sağlayan hava tıpasıdır.

e) 5 Numara: En alttaki diskin (ALT diskin) hareket edip edemeyeceğini belirleyen METAL HAVA TIPASIDIR.

f) 6 Numara: Vida yolu vardır ve DİSKLERE bağlanabilir ("2" ve "3" Numaralı diskler). Merkezinde bir delik vardır. Bu deliğin açık veya kapalı olmasına göre, istendiği zaman ÜST disk ile ALT disk beraber hareket edecektir ya da bağımsız hareket edebilecektir.

- Vidanın merkezindeki delik "4" numaralı tıpa ile kapatıldığı zaman ÜST disk alttaki diskten bağımsız bir şekilde hareket edecektir.

- Merkezindeki delik açık olduğu zaman ise ÜST disk ALT disk ile beraber hareket edecektir.

- g) **7 Numara;** Numara 6'nın merkezinin kapalı olmasını sağlamak için tasarlanmış bir diğer tıpadır. Sadece iki disk birbirinden bağımsız hareket edeceği zaman kullanılır.

Deneylerde kullanılan disklerin kütle ve yarıçap değerleri aşağıda verilmiştir;

ALT çelik diskin kütlesi, M_A (kg):	1.338 kg (= 1338gr)
ALT çelik diskin yarıçapı, R (m):	0.058 m (= 58mm)
ÜST çelik diskin kütlesi, M_B (kg):	1.364 kg
ÜST çelik diskin yarıçapı, R (m):	0.058 m
ÜST alüminyum diskin kütlesi, M (kg):	0.462 kg (= 462g)
ÜST alüminyum diskin yarıçapı, R (m):	0.058m (= 58mm)

Rentech



Şekil-19: Kütte askısı, ip, delikli kütte seti ve moment makaraları.

Yarıçapları 1.25cm ve 2.50cm olan iki farklı moment (tork) makarası deney setinde kullanılmaktadır. Kütte setleri, makara ile aynı merkez ekseninde dönme hareketi yapacak olan çelik veya alüminyum diske tork uygulamak için kullanılmaktadır. Tork makaraları, asılı ve kütte seti Şekil-(19)'da verilmiştir. Şekilde gösterilen numaralar aşağıda açıklanmaktadır:

- 4 numara: 10g ağırlığındaki asılı kütte.
- 5 Numara: 20g ağırlığındaki kütte.
- 6 Numara: Kütte eklemek için kullanılan kütte askısıdır (ipin serbest ununa bağlıdır). Diğer ucu ise tork makarasına (makara kenarındaki çentikten geçirilerek) tutturulmuştur. Kütte askısının kütlesi 5g 'dır.

- 1 Numara: Şekil-(19)'da gösterilen yüzeyi yukarı gelecek şekilde ÜST DİSK üzerine hava tıpası (Şekil-14'de 6 numara) kullanılarak monte edilir. Numara-1, asılı kütteye bağlı ipin diğer ucundaki siyah halka yerleştirilerek monte edilmesi gerekir. İpin ucu yarıçapı $r = 2.50\text{cm}$ olan tork makarası kenarındaki çentikten geçirilmelidir.
- 2 numara: Moment makarası olup, 1 Numara ile aynı amaç için kullanılır. Yarıçapı ($r = 1.25\text{cm}$) farklıdır ve bu nedenle sisteme uygulanacak torkun büyüklüğünü değiştirir.
- 3 numara: Kütte tutucusudur ve kütlesi 5g olarak verilir. Asılı kütteye bağlanmıştır (Şekil-19'daki "6" Numara).

7. Deneyin Yapılışı

Deney-1 Açısal Hızın Ölçülmesi

Bu bölümde, kütle merkezinden geçen sabit bir eksen etrafında katı cismin dönme hareketi incelenecek ve bunun için sadece **çelik** ÜST disk kullanılacaktır. Düzenekte, ALT disk SABİT kalmalıdır. ÜST diskin açısal hızı (ω) sinyal sayıcı (**optik okuyucu**) tarafından belirlenir. Optik okuyucu bir saniye aralıklarla ($\Delta t = 1sn$) optik detektörden (fotosensörden) geçen diskin dış çevresinde bulunan siyah çizgilerin sayısını (β) sayar. Daha sonra, iki saniye de bir bu değerleri gösterir. Dönen ÜST diskin çevresinde bulunan siyah çizgi sayısı $N = 200$ adettir. Eğer ÜST disk " Δt " zaman aralığında bir açısal yer değiştirme (radyan olarak) yaparsa, bu Δt süresinde ÜST diskin **açısal hızı** (ω), $\omega = (2\pi/N)(\beta/\Delta t)$ eşitliği ile hesaplanır. Burada, " $2\pi/N$ "; ÜST diskin dönme hareketinde optik okuyucu tarafından algılanan her bir çizgiye karşılık gelen radyan değeri (**radyan/çizgi**) olup, " $\beta/\Delta t$ " ise birim zamandaki çizgilerin sayısıdır (**sayım/saniye**). Dolayısıyla, $\omega = (2\pi/N)(\beta/\Delta t)$ bağıntısında birimin "**radyan/saniye**" olduğuna dikkat edilmelidir.

UYARI: Deneye başlamadan önce, kirlenme veya tozlanmalara karşı ÜST ve ALT disk yüzeyleri silinmelidir.

1. ALT disk taban düzlem üzerinde sabit duracak ve yalnız ÜST çelik **disk** serbestçe hareket edecek şekilde düzenek kurulur.

- 1.1. Merkezinden geçen sabit eksen etrafında serbestçe dönebilen **çelik ÜST diskin** kütlesi (M) ve yarıçapı (R) not edilir;

ÜST diskin kütlesi, $M(kg)$	1.364 kg
ÜST diskin yarıçapı, $R(m)$	0.058 m

- 1.2. **Çelik disk** çevresinde sıralı olarak **siyah çizgiler** yer almaktadır. Dönme hareketinde bu çizgiler optik okuyucu tarafından algılanır.

- Optik okuyucu, **her bir–saniyede** sensörden geçen siyah çizgileri sayar ve sonrasında, **iki saniye** boyunca bu değerleri ekranda gösterir (**bu durum, dijital ekranda gösterilen değerlerin her iki saniyede bir güncellendiği anlamına gelmektedir**).

- 1.3. **Hava kompresörü çalıştırılır.** Böylece, çelik ÜST disk hava kompresörünün sağladığı **hava** akışı ile sürtünmesiz dönme hareketi yapabilecektir.

2. Hava kompresörü çalışır durumdayken, dijital ekranın çalışması **kontrol edilir**. Ekranda, optik sensörden **her bir-saniyede** (yani, $\Delta t = 1sn$ zaman aralığında) geçen çizgi sayısı **iki saniye de bir** gösterilmektedir.

3. Deneye başlamak için **ÜST** disk hareketsiz olacak şekilde sabit tutulur ve sinyal sayacında (dijital ekranda) gösterilen değer **sıfır** oluncaya kadar **beklenir**⁷.

4. Şimdi, **ÜST** disk küçük bir **kuvvet** uygulanarak döndürülür. **ÜST** disk belirli bir açısal hızla dönerken alt diskin hareketsiz kalmasına önemle dikkat edilmelidir.

⁷ Üst disk dönme hareketine **başladığı anda** dijital ekran "0" değerini **göstermiyorsa**, çizgi sayısı okuması (yani ölçüm verilerinin alınması) yanlış olacaktır. Doğru okuma yapmak için ÜST disk, ekranda "0" değerine geldiğinde **döndürülür**.

5. Üst diskin dönmesi için kuvvet uygulandıktan hemen sonra dijital ekrandan veriler okunmaya başlanır. **İlk beş veri** (β) not edilir.

5.1. Üst diskin açısal hızı zaman içerisinde çok yavaş bir şekilde **azalacaktır**.

5.2. Dijital ekrandan okunan değerler **1** saniyede fotosensörden geçen **çizgi sayısıdır** (β). Burada, β bir tamsayı olacaktır.

NOT: Optik okuyucu (sinyal sayıcı), fotosensörden her 1 saniyede ($\Delta t = 1sn$) geçen çizgi sayısını (β) ölçer. Sonrasında dijital ekran, ölçülen çizgi sayısını **iki saniye boyunca** gösterir (yani, ekran 2 saniyede bir güncellenmektedir). Bu görüntüleme için geçen iki saniyelik zaman aralığının **BİRİNCİ** saniyesinde sayaç aktif değildir. **DİĞER** saniyede ise sayaç bir sonraki görüntüleme için okuma yapmaktadır. Okuma sırasındaki döngü bu şekilde devam etmektedir.

5.3. Ekranda **ilk** beş veri (β) okumasına karşılık gelen zaman aralığı (Δt) aşağıdaki gibidir;

Zaman Aralığı $\Delta t(sn)$	Çizgi Sayısı β
0 – 1	
2 – 3	
4 – 5	
6 – 7	
8 – 9	

6. Diskin **açısal hızını** (ω) belirlemek için her saniyede ($\Delta t = 1sn$) sensörden geçen **çizgi sayısının** ($\beta/\Delta t$) ve her çizgi arasındaki **radyan sayısının** ($2\pi/N$) bilinmesi gereklidir.

- 6.1. $\Delta t = 1sn$ zaman aralığında sensörden geçen **çizgilerin sayısı**; $\beta/\Delta t$ ve diskin **açısal hızı**; ω olarak ifade edilirse;

$$\omega = \frac{2\pi \beta}{N \Delta t} \quad (\text{Deneysel Açısal Hız})$$

bağıntısı geçerli olur (Burada, $\Delta t = 1sn$ olduğuna dikkat edilmelidir).

Deneyde, N dönen diskin çevresinde bulunan siyah çizgilerin sayısıdır ($N = 200$ çizgi) ve β ise **her saniyede sensörden geçen çizgi sayısıdır**.

- 6.2. Diskin çevresinde bulunan $N = 200$ çizgi okumasına karşılık **200** sinyal üretilir. Bu nedenle, sinyaller arasındaki (dolayısıyla siyah çizgiler) radyan sayısı $2\pi/200$ 'dür. Bu bilgi temel alınarak, **her saniyedeki** radyan cinsinden **açısal hız** (ω);

$$\omega(rad/s) = \left(\frac{2\pi}{200}\right) \beta$$

$$\omega(rad/s) = \left(\frac{\pi}{100}\right) \beta \quad (\text{Deneysel})$$

olacaktır ($\Delta t = 1sn$ olması nedeniyle).

- 6.3. Her saniyede ($\Delta t = 1sn$) sensörden geçen çizgi sayısı (β) ilgili bağıntıda kullanılarak, ÜST diskin açısal hızı (ω) belirlenir;

Zaman $t(sn)$	Okunan Çizgi Sayısı β	Açısal Hız $\omega = \left(\frac{\pi}{100}\right) \beta$
1		
3		
5		
7		
9		

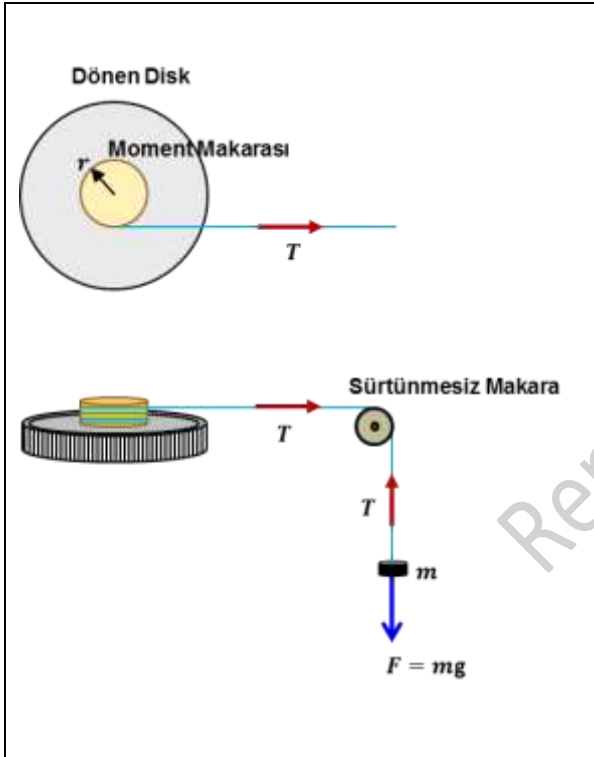
7. Dönen diskin **9sn** sonunda **açısal hızı** nedir?.
- 7.1. Bu zaman aralığında **toplam açısal yer değiştirmesi** ne kadardır?.
- 7.2. Dönen diskin **9sn** içerisinde açısal hızı (ω) nasıl değişir kısaca açıklanır.
8. Deney, **alüminyum** ÜST disk kullanılarak tekrarlanır.

Rentech

Deney-2

Diskin Dönme Eylemsizlik Momenti

Bu deneyde, bilinen bir **tork** uygulayarak ve açısal hızını ölçerek, dönen disk **eylemsizlik momentini** hesaplayacağız. Katı diske bir tork uygulandığında, sabit bir **açısal ivmeye** (α) neden olarak disk **açısal hızını** (ω) değiştirecektir. Bu durumda açısal hız, $\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$, burada ω_0 $t = 0$ anındaki açısal hızı temsil etmektedir. Diskin üzerindeki çevresine ip sarılmış moment makarasına (makara-disk sistemi) uygulanan tork (Γ) bilinirse, bu tork (Γ) ve **açısal ivme** (α) değerleri kullanılarak disk **eylemsizlik momentini hesaplanabilir**. Dönen disk **açısal hızının zamanın bir fonksiyonu** olarak grafiği çizildiğinde, bu grafiğin **eğimi** açısal ivmeyi (α) verecektir.



Şekil-20: Değeri bilinen bir **tork** için eylemsizlik momentinin belirlenmesini gösteren şematik çizim. Diske moment makarası ile bağlı olan ip, üzerindeki **gerilme kuvveti** ile **ÜST disk** üzerinde bir **torka** neden olur. İp vasıtasıyla moment (tork) makarasına (yarıçapı, r) uygulanan kuvvet **asılı toplam kütle**nin ağırlığıdır $F = mg$.

- Alt disk sabit ve ÜST **çelik** disk hareketli olacak şekilde deney düzeneğini ayarlanır.

- 1.1. Bu deney için gerekli olan düzenleme **Şekil-20)**'de verilmiştir. ÜST **çelik** disk, merkez ekseninde dönme hareketi yapacak olan katı cisimdir. ALT disk ise **hareketsiz** olacaktır.

- ✓ Deneyin bu bölümü için kullanılan test parametreleri aşağıda verilmiştir;

ÜST diskin kütlesi, $M(kg)$:	1.364 kg
ÜST diskin yarıçapı, $R(m)$:	0.058 m
Tork makarası yarıçapı, $r(m)$:	0.0125m(= 1.25cm)

- 1.2. **Moment (tork) makarası ÜST çelik disk üzerine yerleştirilir.**

- 1.3. İp, bir ucunda kütle tutucusu olacak şekilde düzeneğin kenarında bulunan **sürtünmesiz makaradan** geçirilir ve bu ipin diğer ucu **moment makarasına** bağlanır.

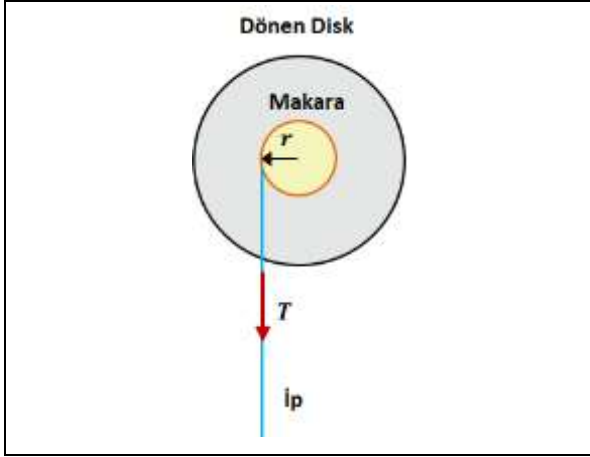
2. Hava kompresörü çalıştırılır.

- 2.1. Yalnız üstteki çelik diskin dönüyor olduğunu kontrol edilir.

- 2.2. Kütle tutucusu sürtünmesiz makaranın hemen altına gelecek şekilde, ip **moment makarasına** sarılır (bu işlem, moment makarası altında bulunan çelik disk döndürülerek yapılır).

- 2.3. Kütle tutucuya **10g** kütle yerleştirilir. Böylece kütle tutucu ile tutucuya takılan kütle toplamı **15g** olur (kütle tutucunun kütleinin **5g** olduğunu hatırlayınız).

Eklenen Kütle, $m_1(g)$:	10g
Kütle Tutucusu, $m_2(g)$:	5g
Toplam Kütle, $m(g)$:	15g



Şekil-21: İpteki gerilme kuvveti (T) ile moment makarasına etki eden tork (Γ). Burada, r moment makarasının yarıçapıdır ve uygulanan kuvvet (T) yönüne her zaman **diktir**. Bu nedenle tork (Γ), kuvvetin uygulandığı noktanın dönme eksenine uzaklığı (r) ile uygulanan kuvvetin çarpımıdır ($\Gamma = rT$).

2.4. Toplam asılı kütle (m), tork makarasının yarıçapı (r) ve dönen üst çelik **diskin kütlesi** (M) deney raporunda ilgili tabloya kaydedilir.

3. Toplam **asılı kütle moment makarasına**⁸ bağlı ip üzerinde gerilme kuvvetine (T) neden olacaktır.

3.1. İpteki **gerilmenin** neden olduğu kuvvet (T) dönme ekseninden " r " yarıçapı mesafedeki noktaya uygulanmaktadır. Dolayısıyla, ipteki bu gerilme kuvveti makara üzerinde bir **torka** ($\Gamma = rT$) neden olur. Yarıçap " r " değerinin ipin sarılı olduğu moment makarasının iç yarıçapı olduğunu unutmayalım.

3.2. Asılı toplam kütle **ağırlığı** ($W = mg$), **moment makarası** (dolayısıyla çelik disk) üzerinde sabit bir torka $\Gamma = rT$ neden olan T **gerilme kuvvetini** oluşturur.

3.3. İpteki **gerilme** (T), moment makarasının (dolayısıyla aynı merkez ekseninde bulunan **DİSKİN**) dönmesine yol açan **torku** (Γ) oluşturan kuvvet olarak etki edecektir (**Şekil-21**).

3.4. İpteki gerilmen kaynaklanan makara-disk sistemi üzerindeki tork (Γ):

$$\Gamma = rT = I\alpha$$

(Tork)

bağıntısıyla verilir. Çelik disk üzerine etkiyen bu tork dönme hareketinde açısal bir ivmeye (α) neden olacaktır.

– Bu bağıntıda, r dönme merkezinden ölçülen yarıçaptır (yani, ipin üzerine sarılı olduğu **moment makarasının iç yarıçapıdır**) ve T ise ucuna bağlı ağırlık nedeniyle ipten oluşan **gerilme kuvvetidir**.

– İp üzerindeki gerilim kuvveti her zaman moment makarasının yarıçapına (r) diktir.

4. Üst çelik disk, dijital ekranda gösterge değeri **sıfır** oluncaya kadar hareketsiz (**sabit**) tutulur.

4.1. Dijital göstergede sıfır değeri görüldüğü anda, üst diski **serbest** bırakılır. **Bu işlem sırasında, üst diske herhangi bir ilk hız verilmemesine önemle dikkat edilmelidir.**

4.2. Üst disk **serbest** bırakıldığı anda, sürtünmesiz makaranın hemen altında bulunan toplam kütle (kütle tutucusu ve asılı kütle) düşey doğrultuda harekete başlayacaktır. Böylece ipteki gerilme kuvveti (T), moment makarası altında bulunan ÜST çelik diske **sabit** bir tork uygulayacak bunun sonucunda **sabit** bir açısal ivme (α) kazandıracaktır.

⁸ Asılı toplam kütle **ağırlığı** nedeniyle ipten oluşan **gerilme** T diskin dönmesini sağlayan **moment makarası** üzerinde dış bir torka Γ neden olacaktır.

5. Asılı kütle ve üst diskten oluşan sistem serbest bıraktıktan hemen sonra dijital ekrandan veri değerleri okunmaya **başlanır**.

5.1. Dijital ekran (sinyal sayıcı) **her saniyede** optik sensörden geçen çizgi sayısını (β) gösterecektir (**Deney-1**'de anlatıldığı gibi).

5.2. Üst disk dönerken, dijital ekranda birbirini izleyen ve sıfır olmayan her okuma (β) **not edilir**. Asılı kütle ve üst diskten oluşan sistem serbest bırakıldıktan ($t = 0$) **hemen sonra**, ardışık **bes okumanın** (β) yapılması yeterlidir.

6. Şimdi, okunan çizgi sayısı (β), dönen üst çelik diskin anlık açısal hızına (ω) çevrilir;

6.1. Optik okuyucunun (sinyal sayıcının), her **1sn**'de fotosensörden geçen siyah çizgilerin sayısını (β) ölçtüğünü ve hemen sonrasında ölçülen bu değeri **iki saniye** ($2sn$) için ekranda gösterdiğini hatırlayalım. **Yani, göstergeden ard arda okunan değerler arasında geçen süre $2sn$ 'dir.**

6.2. Bu nedenle, $t = 0$ anında başlayan **ardışık** her bir ekran okuması (β) arasında **2.00 saniye** bulunmaktadır (örneğin, $t_2 - t_1 = 3 - 1 = 2$ saniye).

6.3. Aşağıda, **zaman** tablosunun nasıl oluşturulacağı ve okuma değerlerinin (β çizgi sayısının) **açısal hıza** nasıl çevrileceği örneklendirilmiştir;

Zaman	Okunan Çizgi Sayısı	Açısal Hız
$t(s)$	β	$\omega = \left(\frac{\pi}{100}\right)\beta$
1*		
3		
5		
7		
9		

* Bu örnek veri tablosunda **ilk** okumanın (β), $t_1 = 1sn$ anındaki zamana karşılık geldiği unutulmamalıdır (**başlangıç** zamanının $t_0 = 0sn$ olması nedeniyle). Ekranda gösterilen değerler her **iki saniyede** bir güncellendiği için **bir sonraki** okuma (β) $t_2 = 3sn$ anındaki zamana karşılık gelecektir.

7. Dönen diskin açısal hız (ω) **grafiği** zamanın (t) bir fonksiyonu olarak **çizilirse**, buradan dönen diskin **açısal ivmesi** (α) belirlenebilir.

7.1. Ölçüm verileri kullanılarak **açısal hızın** (ω) zamana bağlı grafiği ($\omega - t$) çizilir.

7.2. Verilere **en iyi uyan** doğrunun **eğimi** dönen diskin **SABİT açısal ivmesini** (α) verir. Bu eğim değeri, açısal ivme olarak not edilir;

$$\alpha(rad/s^2) \quad \dots\dots$$

7.3. Açısal ivmenin **sabit** ($\alpha - \text{Sabit}$) olması nedeniyle, açısal hız (ω) zamanla **doğrusal olarak** değişecektir (yani, $\omega = \alpha t$). Dönen diskin (üst diskin) başlangıç açısal hızının sıfır olduğu ($\omega_0 = 0$) unutulmamalıdır.

→ Asılı kütle (m) düşerken, **ÜST** disk **sabit açısal ivme** (α) ile dönecektir ve böylece grafikteki **açısal hız** (ω) **doğrusal** olarak artacaktır. Elde edilen grafikte açısal ivme **sabit** midir?.

7.4. Tork makarasına sarılı ip üzerindeki **T** gerilme kuvveti moment makarasının yarıçapına her zaman **diktir**. Dolayısıyla, asılı kütleyle bağlı ipin ürettiği **tork** (Γ); gerilme kuvveti (T) ile ipin üzerinde sarıldığı tork (moment) makarası yarıçapının (r) çarpımına eşittir.

$$\Gamma = rT$$

(Tork)

Deney Notu: İpteki gerilme kuvveti için;

$$mg - T = ma = mra$$

$$T = mg - mra \quad (\text{DeneySEL})$$

bağıntısı geçerlidir ($a = r\alpha$). Eğer, moment makarasının yarıçapı (r), $T \approx mg$ yaklaşımını yapmayı sağlayacak kadar küçük ise $T \approx mg$ alınabilir. Bu durumda tork, $\Gamma = mgr$ bağıntısından hesaplanır. Burada; m asılı kütle, g yerçekimi ivmesi ve r tork makarasının yarıçapıdır. Bu deneyde, $r = 1.25\text{cm}$.

NOT: Dönme hareketi yapacak olan ÜST disk serbest bırakıldığı anda ASILI KÜTLE sabit cizgisel bir ivme (a) ile düşerken, DİSK sabit bir açısai ivme (α) ile dönmeye başlar. Dönen DİSKİN teğetsel ivmesi (a_t) asılı kütlein cizgisel ivmesine (a) eşittir;

$$\checkmark \quad a_t = a$$

Açısai ivme (α) ile teğetsel ivme arasındaki bağıntı ise;

$$\checkmark \quad a_t = r\alpha$$

şeklindedir. Dönen diskin açısai ivmesi (α), zamana karşı açısal hız grafiğinden ($\omega - t$ grafiği) bulunur. $\omega = at$ olduğundan, açısal hız verilerine en iyi uyan doğrunun EĞİMİ, dönen üst diskin **AÇISAL** ivmesini (α) verecektir.

7.5. Makara-disk sistemi üzerinde etki eden **tork** değeri deney raporuna not edilir;

$$\Gamma(m.N) \quad \dots\dots$$

7.6. Dönen üst diske uygulanan **tork** (Γ) ve dönme hareketinin **açısai ivme** (α) **değerleri** kullanılarak **eylemsizlik momenti** (I) **DENEYSEL** olarak hesaplanır;

$$\Gamma = I\alpha$$

$$I(kg.m^2) \quad \dots\dots \quad (\text{DeneySEL})$$

NOT: Dönme hareketi yapan sistemin eylemsizlik momenti, üst disk (R) ve moment makarasının (r) eylemsizlik momentlerini içermektedir. Moment makarasının kütle ve yarıçap değerleri, ÜST çelik diskin bu değerlerinden küçük olması nedeniyle, makara-disk sisteminin toplam eylemsizlik momenti, sadece üst çelik diskin eylemsizlik momenti olarak varsayılabilir.

7.7. Dönen çelik diskin DENEYSEL olarak bulunan eylemsizlik momenti, teorik (BEKLENEN) değerle **karşılaştırılır**. Çelik disk için teroik değer aşağıdaki bağıntıdan hesaplanır;

$$I = \frac{1}{2}MR^2 \quad \dots\dots \quad (\text{Beklenen})$$

Deney Notu: Bu bağıntıda; M dönen diskin (üst diskin) kütlesi, R ise bu diskin yarıçapıdır. Moment makarasının kütlesi (m_T) diskin kütlesi (M) ile karşılaştırıldığında, $M \gg m_T$ olduğundan, makara kütlesini ihmal edebiliriz. Bu deneyde, üst çelik diskin kütlesi $M = 1364\text{g}$ ve yarıçapı $R = 5.8\text{cm} (= 0.058\text{m})$ olarak alınır.

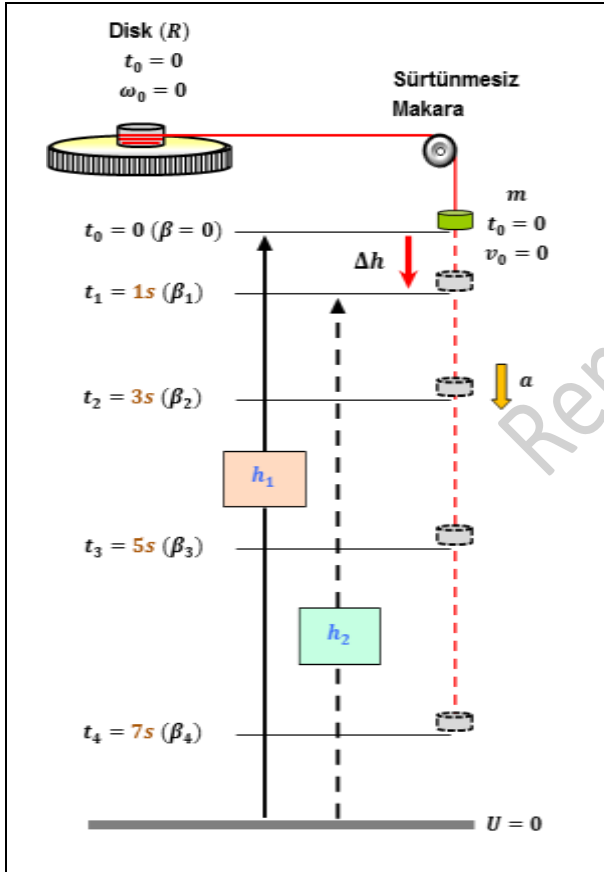
8. Deney, ALÜMİNYUM ÜST DİSK ve farklı moment makaraları ile tekrar edilir.

NOT: ALÜMİNYUM üst disk kullanılması durumunda, asılı toplam kütle (eklenen kütle + askı) en fazla 15gr olmalıdır.

Deney-3

Mekanik Enerjinin Korunumu

Bu bölümde, asılı kütlelin hareketi sırasında **kaybedilen** enerjinin, dönen diskin hareketi ile **kazandı** enerjiye eşit olup olmadığı inceleneyecektir. Üst diskin üzerine yerleştirilen moment makarasına sarılı ipe bir kütle (m) asarak makaraya **sabit bir tork** uygulanır. Sabit torku oluşturan asılı kütlelin ağırlığı (mg), deney düzeneğindeki **ÜST** diskin ivmelenmesini sağlayacaktır. Asılı **toplam kütle** (m), " Δh " kadar düştüğünde, **potansiyel enerjisinde** " $mg\Delta h$ " kadar bir azalma olacaktır. Düşen kütlelin potansiyel enerjisindeki bu **azalma**, "düşen kütlelin" çizgisel hızı (v) ile **kazanacağı ÖTELEME kinetik enerjisine** ve dönen diskin açısal hızı (ω) ile **kazanacağı DÖNME kinetik enerjisine** eşit olmalıdır. **Sistem üzerinde sadece korunumlu kuvvetler etkili olduğunda**, kinetik ve potansiyel enerjilerin toplamı olarak tanımlanan mekanik enerji korunur. **Mekanik enerjinin korunumuna** göre, deneyde $mg\Delta h = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2$ koşulu sağlanmalıdır.



Şekil-22: Diskin dönme hareketi ve düşey bir doğru boyunca m kütlelinin sabit ivmeli hareketi.

2. Moment makarası üst disk üzerine yerleştirilir (makara yarıçapı $r = 1.25\text{cm}$). Moment makarası **üst disk** ile tam olarak **birleşmiş** (ortak hareket edecek şekilde) olmalıdır.

- 2.1. **Sürtünmesiz makara** üzerinden geçen ipin bir ucuna **kütle tutucusu** bağlanır.
- 2.2. İpin diğer ucu ise **ÜST** disk üzerinde bulunan moment (**tork**) makarasına **bağlanır**.
- 2.3. Şimdi, kütle tutucusu **sürtünmesiz makaranın** hemen altına gelecek şekilde **ÜST disk döndürülerek** ip tork makarasına sarılır (**ip tork makarasına doğrudan sarılmamalı, bu işlem üst disk elle döndürülerek yapılmalıdır!**).
- 2.4. Toplam asılı kütle **$m = 15\text{g}$** olacak şekilde, kütle tutucusuna **10g** kütle eklenir (kütle tutucusu **5g** 'dir).

Eklenen Kütle, m_1 :	10g
Kütle Askısı, m_2 :	5g
Toplam Kütle, m :	15g

1. **Alt** disk taban düzlem üzerinde sabit ve **üst** çelik disk hareketli olacak şekilde deney düzeneği hazırlanır (**Şekil-22**).

NOT: Yerçekimi potansiyel enerjisi ile çalışırken, $U = 0$ olan bir **referans noktası** seçilmelidir. **Şekil-(22)**'de gösterildiği gibi asıllı kütlelin başlangıç ($t = 0$ anındaki) noktası Δh kadar ötelendiğinde, h_2 ve h_1 yükseklikleri ve bunlara bağlı olarak U_2 ve U_1 potansiyel enerjileri de değişecektir. Dolayısıyla, sistemin potansiyel enerjileri arasındaki değişim $\Delta U = U_2 - U_1 = mg(h_2 - h_1)$ olacaktır. Önemli olan belli bir noktadaki (yükseklikteki) U değeri değil, iki nokta arasındaki ΔU **DEĞİŞİMİDİR** (farkıdır).

3. Ekranda "sıfır" ($\beta = 0$) değeri görünceye kadar **ÜST** disk hareketsiz tutulur. Sonrasında, bu disk **serbest bırakılarak** asılı kütlelin durağan durumdan düşmesine izin verilir.
4. Asılı kütle ve üst diskten oluşan sistem hareketsiz durumdan ($t_0 = 0$, $\omega_0 = 0$), serbest bıraktıktan **hemen sonra** dijital ekrandan veriler okunmaya **başlanır**.
 - 4.1. **Sistem serbest bırakıldığı anda ($t_0 = 0$) asılı kütlelin düşeyde hareketi boyunca ardışık en az beş veri okuması (β) not edilir.**
 - 4.2. Sabit ivmeli (a) harekette asılı m kütlelinin **yerçekimi potansiyel enerjisi** azaldıkça, m kütleli ve dönen disk **kinetik enerji** kazanır.
5. Okunan **ilk beş** çizgi sayısına (β) karşılık gelen zaman (t) değerleri aşağıda verildiği şekildedir;

Zaman	Okunan Çizgi Sayısı	Açısal Hız
$t(s)$	β	$\omega = \left(\frac{\pi}{100}\right)\beta$
1*		
3		
5		
7		
9		

* Bu örnek veri tablosunda gösterildiği gibi, **ilk** okuma (β).
 $t_1 = 1sn$ anındaki zamana karşılık gelmektedir (**başlangıç**
 zamanının $t_0 = 0sn$ olması nedeniyle). Ekranda gösterilen
 değerler her **iki saniyede** bir güncellendiği için **bir sonraki**
 okuma (β) $t_2 = 3sn$ anındaki zamana karşılık gelecektir.

- 5.1. Dönme hareketinin başlamasından **1 saniye** sonra okunan çizgi sayısı (yani **$t_1 = 1s$** anında okunan **ilk değer**) için " **β_1** " sembolü kullanılır.
- 5.2. **1 saniye** sonunda asılı kütle (**m**), **Δh** kadar bir mesafe yer değiştirme yapacaktır. Bu **Δh** mesafesi **yükseklikteki değişim** olup, **enerji** hesaplaması için kullanılacaktır⁹.
- 5.2.1. Dönen üst diskin bir tam turu **200** siyah çizgiden oluşmaktadır.
- Bir tam dairede, dairenin çevresi kadarlık **yay uzunluğuna** (**$\ell = 2\pi r$**) karşılık gelen **360°** vardır. Burada, **r** **ipin** sarılı olduğu **moment makarasının** yarıçapıdır (**üst diskin yarıçapı değil!**).
 - Optik okuyucuda **$t = 1s$** anında okunan değer (ilk okunan çizgi sayısı, **β**);

- $\beta_1 = \beta$

olarak ifade edilirse (**Sekil-22**), bu değere karşılık gelen diskin çevresi boyunca uzanan yay uzunluğu ℓ ile asılı kütle'nin yer değiştirmesi (Δh) arasında aşağıdaki bağıntı vardır;

$$\ell = \left(\frac{2\pi r}{200}\right)\beta = \Delta h \quad (\text{Deneysel})$$

- Bu **yay uzunluğu** ℓ , sistem serbest bırakıldıktan hemen sonra **asılı kütle**nin **1. saniyede** düzeyde aldığı Δh mesafesine eşittir¹⁰.

⁹ Üst disk **durağan (hareketsiz)** ve asılı kütle zemine göre belirli bir yükseklikte olduğundan dolayı, sistemin (dönme hareketi yapacak olan diskin+asılı toplam kütle) **ilk mekanik enerjisi** asılı kütlein $t = 0$ anındaki yerçekimi potansiyel enerjisine eşittir.

¹⁰ İpin moment makarası üzerinde **kaymadan** hareket ettiğini hatırlayalım, böylece asılı kütlelin aldığı düşey Δh **mesafesi** makaranın açılal yer değıştirmesine (θ) eşit olacaktır; $\Delta h = r\theta$ (burada, $\theta = 2\pi\beta/200$).

5.2.2. Bu nedenle, **1 saniye sonunda** asılı kütlelin potansiyel enerjisindeki **kayıp** (U) aşağıda verilen bağıntı yardımıyla hesaplanır;

$$U = mg\Delta h = mg\left(\frac{2\pi r}{200}\right)\beta \quad (\text{DeneySEL})$$

– Bu ifade, **asılı toplam kütle** (m) düşey doğrultuda " Δh " kadar hareket ettiğinde (yer değiştirdiğinde), o kütlelin yerçekimi potansiyel enerjisindeki değişimidir (azalmadır).

5.2.3. Yukarıdaki bağıntı kullanılarak, düşen kütle (m) tarafından **kaybedilen** yerçekimi potansiyel enerjisi **U hesaplanır.**

5.3. **Enerjinin korunumuna göre,** **kaybedilen** bu enerji (U), sistemin **öteleme** ve **kinetik** enerjilerine tam olarak dönüşmelidir. Böylece, sistemin hareketli olduğu herhangi bir zamanda **aşağıdaki koşul sağlanmalıdır:**

$$mg\Delta h = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 \quad (\text{DeneySEL})$$

– Bu eşitlik, mekanik enerjinin **korunumu ilkesinin** tam ifadesidir. Düşen kütlelin (m) hareketi boyunca **disk-kütle sisteminin** toplam mekanik enerjisi korunduğu için, asılı m kütlelinin **potansiyel enerjisindeki değişim (kayıp)** tamamıyla sistemin **kinetik enerjisine** dönüşecektir. Δh kadar bir mesafe düştükten sonra, kütle m " $mg\Delta h$ " kadar bir potansiyel enerji **kaybeder**. Bu **kaybedilen** enerjinin bir kısmı " ω " açısal hızı ile dönen üst DİSK tarafından **dönme kinetik enerjisi** olarak **kazanılır**. Buna ek olarak, kaybedilen **yerçekimi potansiyel enerjisinin** kalan kısmı ise, " v " çizgisel hızı ile düşen kütlelin m **öteleme kinetik enerjisine** dönüşür.

5.4. **Deney-(1)**'de anlatıldığı gibi, dönen diskin dış kenarında **200 çizgi** vardır ve bu çizgiler diskin bir tam turunda **200 okuma sinyali** üretir. Bu durumda, sinyaller arasındaki **radyan sayısı**, **$2\pi/200$** 'dür.

5.4.1. Ölçümlerde $t_2 = 1s$ anına (ilk okumaya) karşılık $\beta_2 = \beta$ okuması yapıldığında **1 saniye sonundaki** son **açısal hız** (radyan/saniye cinsinden);

$$\omega = \frac{2\pi}{200} \frac{\beta}{\Delta t} \quad (\text{Açısal Hız})$$

$$\omega_2 = \omega = \left(\frac{2\pi}{200}\right)\beta \quad (\text{Açısal Hız})$$

olacaktır ($\Delta t = t_2 - t_1 = 1s$).

5.4.2. Dijital ekran, optik sensörden her bir saniyede ($\Delta t = 1s$) geçen siyah çizgi sayısını saydığını hatırlayalım. Bu nedenle, her sayma aralığında elde edilen **ω değeri** sadece bir periyottaki ($\Delta t = 1s$ zaman aralığındaki) değere karşılık gelir.

5.5. Düşey doğrultuda hareket eden kütlelin (m) **çizgisel hızı** (v) ile DÖNEN diskin (M) **açısal hızı** (ω) arasında **$v = r\omega$** bağıntısı vardır (burada, r ; **tork makarası yarıçapıdır**). Bu nedenle, " ω " değeri bulunduğunda " v " değeri aşağıdaki gibi basit bir hesaplama ile bulunabilir;

$$v = r\omega \quad (\text{Çizgisel Hız})$$

Denev Notu: Disk ve moment makarası aynı merkez eksen etrafında aynı ω açısal hızı ile dönme hareketi yapar.

İpin moment makarasının üzerinden kaymadığı gözlemine dayanarak, asılı kütlenin **çizgisel hızı** ile makaranın kenarındaki **çizgisel hız (teğet hız)** aynıdır. Dolayısıyla asılı kütlenin hızı v ve dönen diskten açısal hızı ω arasında $v = r\omega$ ilişkisi vardır. Bu nedenle, makara yarıçapı (r) dikkatli bir şekilde ölçülmelidir. Makaranın yarıçapını doğru olarak belirlemek için önce çapı ölçülür daha sonra elde edilen değer ikiye bölünür.

6. Dönen diskin $t_2 = 1\text{sn}$ **anındaki açısal hızı** (ω) kullanılarak asılı kütlenin **o andaki çizgisel hızı** (v) belirlenir;

Hesaplanan	Deneyssel	Deneyssel
Yükseklik Değişimi	Açısal Hız	Çizgisel Hız
$\Delta h(m)$	$\omega(rad/s)$	$v(m/s)$
.....		

7. Şimdi, **öteleme** ve **dönme** kinetik enerjileri hesaplanır.

- 7.1. ω açısal hızı ile dönen üst çelik **DİSKİN** kinetik enerjisi aşağıdaki gibi verilir;

$$K = (1/2)I\omega^2 \quad (\text{Deneyssel})$$

- 7.1.1. Bu ifade üst **DİSKİN dönme kinetik enerjisidir** (kütle merkezi boyunca uzanan sabit eksen etrafında dönen üst diskin **dönme kinetik enerjisi**). Burada, I dönme eksenine göre eylemsizlik momentidir. Kullanılan çelik disk için, bu I değeri $2.3 \times 10^{-3} \text{kg.m}^2$ olarak verilir.

- 7.1.2. Diskin açısal hızı (ω) ve eylemsizlik momenti (I) kullanılarak, **disk** tarafından **kazanılan dönme kinetik enerjisi** hesaplanır.

- 7.2. Şimdi, düşen **KÜTLENİN** (m) **kazandığı** kinetik enerji hesaplanır;

$$K = (1/2)mv^2 \quad (\text{Deneyssel})$$

- 7.2.1. Bu, düşey doğrultuda hareket eden kütlenin **öteleme kinetik enerjisidir**.

- 7.2.2. Düşen kütlenin çizgisel hızı (v) kullanılarak asılı **KÜTLE** tarafından **kazanılan** kinetik enerji belirlenir.

8. **Kaybedilen potansiyel enerji, kazanılan kinetik enerjiye eşit midir?**

- 8.1. **Kaybedilen** potansiyel enerji ile **kazanılan** kinetik enerji arasındaki **yüzdelik hata** belirlenir.

- 8.2. Enerjinin korunumu, kinetik enerjideki toplam değişimin potansiyel enerjideki toplam değişime eşit olacağını söyler. Bu durumda, sistemde toplam mekanik enerji korunuyor mu?

9. Deney, ALÜMİNYUM ÜST DİSK kullanılarak tekrarlanır.

NOT: ALÜMİNYUM üst disk kullanılması durumunda, asılı toplam kütle (eklenen kütle + askı) en fazla 15gr olmalıdır.

Deney-4 Açısal Momentumun Korunumu

Dönme hareketi yapan bir sistemde açısal momentumun korunumunu bu bölümde incelemektir. Kütlesi M_B , yarıçapı R , ve başlangıç (ilk) açısal hızı ω_1 olan ÜST disk, aynı yarıçap değerine sahip ve kütlesi M_A olan hareketsiz ($\omega_{ilk} = 0$) ALT diskin üzerine düşürülecektir. Bu iki diskin eylemsizlik momentleri sırasıyla, I_B ve I_A 'dır. Çarpışmadan sonra her iki disk, son açısal hızları ω_2 olacak şekilde beraber döneceklerdir. Üst diskin alt diskin üzerine düşmesinden hemen önce dönen sistemin toplam açısal momentumu $I_B\omega_1$ 'dir (başlangıçta, toplam açısal momentum sadece üst diskin etkisi ile oluşmaktadır.). Çarpışmadan hemen sonra ise sistemin toplam açısal momentumu $(I_A + I_B)\omega_2$ 'dir. Sisteme etki eden dış net tork sıfırsa, sistemin toplam açısal momentumu sabittir (korunur). **Açısal momentumun korunumu**; $I_B\omega_1 = (I_A + I_B)\omega_2$ bağıntısıyla ifade edilir.

- Deney düzeneği, eşit yarıçaplı (R) iki **çelik** disk ve uygun **tıplar** kullanılarak **alt ve üst disklerin birbirlerinden bağımsız hareket etmelerini** sağlayacak şekilde hazırlanır.

- ALT çelik** diskin kütlesini M_A ve **ÜST çelik** diskin kütlesi M_B olarak not edilir;

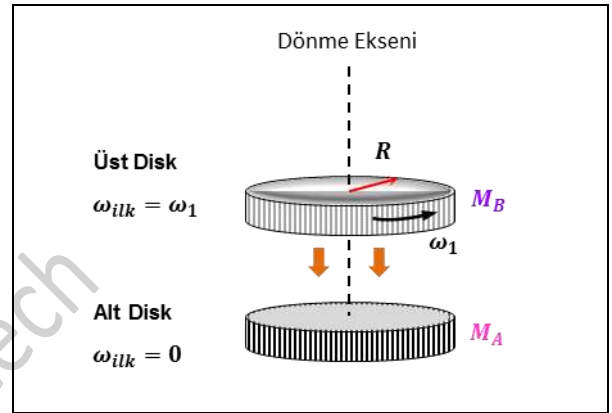
M_A (kg): (Alt Disk)
 M_B (kg): (Üst Disk)

Bu deneyde, eşit yarıçaplı $R = 0.058m$ çelik disklerin kütleleri yaklaşık olarak aynıdır ($M_A = 1.338kg$ ve $M_B = 1.364kg$).

- ÜST diskin deliğine takılan **ikinci (2.) tıpanın** (Şekil-17'de numaralandırılan) üzerine dördüncü (4.) tıpa yerleştirilirse, diskler (ALT ve ÜST disk) **bağımsız** olarak hareket edecektir. Dördüncü tıpayı çekmek iki diskin **beraber** dönmesine neden olacaktır. **Açısal hız deney seti ile verilen 2 ve 4 nolu tıpların görünümleri üründen ürüne farklılık gösterebilir.**

- İkinci tıpa ÜST** diskin üstüne takılır ve bu tıpanın deliği **4 numaralı tıpa** ile kapatılır.

- Şimdi **ALT disk** hareketsiz tutulur ve üzerinde **2 ve 4 numaralı tıplar** bulunan **ÜST diske** (M_B) elle bir dönme hareketi verilir. Böylece, **ÜST disk** (2 numaralı tıpa, 4 numaralı tıpa ile kapalıyken) alttaki diskten **bağımsız** hareket edecektir.



Şekil-23: Hareketsiz alt diskin üzerine düşmeden hemen önceki ω_1 açısal hızı ile dönen üst disk.

- Birkaç saniye bekledikten sonra**, ekrandan **ÜST** disk için **çizgi sayısı** okunur ve bu değer " β_1 " olarak **not edilir**. **Okuma sırasında, alt diskin durağan olduğuna (ekranda alt disk ile ilgili herhangi bir veri olmadığına) önemle dikkat edilmelidir.**

$$\beta_1 = \dots\dots$$

(Üst Disk–Çarpışmadan Önce)

- Üst disk için β_1 okuması yaptıktan **hemen sonra ALT disk** serbest bırakılır ve bu işlemi takiben **4-numaralı tıpa, 2-numaralı tıpadan** çıkarılır. **Bu durumda, üst disk alt diskin üzerine düşecektir (Şekil-23).**

- 3.2. İki saniye tamamlanıncaya kadar beklenir ve hemen sonrasında ekrandan okunan değer " β_2 " son okuma olarak not edilir.

$$\beta_2 = \dots\dots$$

(*ALT ve ÜST Disk–Çarpışmadan Sonra*)

- 4.1. ÜST disk ALT diskin üzerine düştüğünde iki disk tek bir disk gibi aynı açısal hızla (ω_2) dönmeye başlayacaktır. Bu durum, elastik olmayan çarpışmanın dönme hareketindeki karşılığı olarak düşünülebilir.

5. Hava tıpası çıkarılmadan hemen öncesi ve sonrası durumlar için sistemin açısal hızı (ω) hesaplanır.

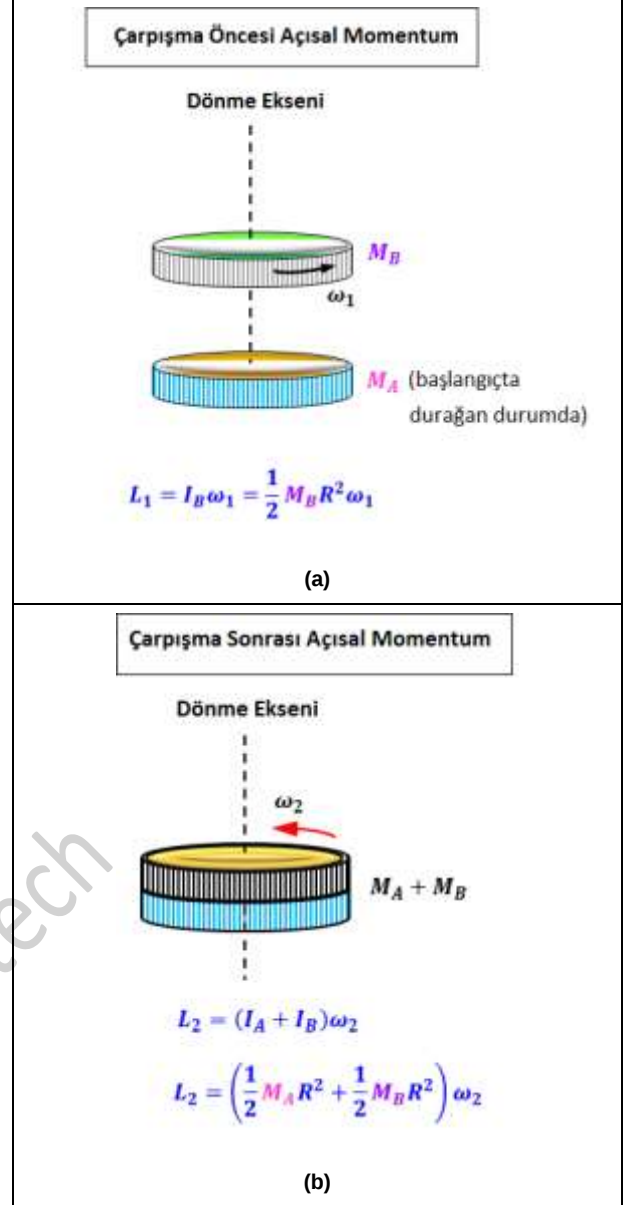
- 5.1. Dönen ÜST diskin dönme hareketindeki çarpışmadan hemen öncesi durum için başlangıç açısal hızını (ω_1) hesaplanır;

ÜST Disk (M_B) (Çarpışmadan Hemen Önce)	
Okunan Çizgi Sayısı	Açısal Hız
β_1	$\omega_1 = \left(\frac{\pi}{100}\right) \beta_1$
.....	

Dikkat: Hareketsiz durumda olduğu için ALT disk için başlangıç (yani çarpışmadan hemen önceki) çizgi sayısı okuma değeri sıfır olmalıdır. Aksi durumda, ölçümler tekrar edilmelidir.

- 5.2. β_2 değeri kullanılarak, birleşik kütleli $M_A + M_B$ iki diskli sisteminin SON açısal hızı (ω_2) hesaplanır:

Birleşik Kütleli İki Disk ($M_A + M_B$) (Çarpışmadan Hemen Sonra)	
Okunan Çizgi Sayısı	Açısal Hız
β_2	$\omega_2 = \left(\frac{\pi}{100}\right) \beta_2$
.....	



Şekil-24: Başlangıçta, toplam açısal momentum sadece ω_1 açısal hızı ile dönen ÜST diskten (M_B) kaynaklanmaktadır (a). ÜST disk başlangıçta sabit duran ALT diskin (M_A) üstüne düştüğünde, ($M_A + M_B$) birleşik kütleli iki-disk sistemi ω_2 ortak (son) açısal hız ile dönme hareketi yapar (b).

NOT:

Çarpışmadan hemen önce, ÜST Diskin I_B eylemsizlik momenti ve ω_1 açısal hızı ile döndüğüne ve eylemsizlik momenti I_A olan ALT diskin herhangi bir açısal hızının olmadığına (durağan durumda olduğuna) dikkat edilmelidir (Şekil-24a). Çarpışmadan hemen sonra, yani ÜST diskin ALT diskin üzerine düşmesinden heme sonra, SİSTEM (ÜST ve ALT disklerin birleşimi), **toplam eylemsizlik momenti ($I_A + I_B$) olarak ω_2 ortak açısal hız ile dönecektir (Şekil-24b).**

6. Dönen bir cisim (veya sistem) için açısal momentum (L); eylemsizlik momenti (I) ve açısal hızının (ω) çarpımıdır ($L = I\omega$).

- 6.1. **Başlangıçta**, toplam açısal momentum (L_1) sadece **ÜST** diskin dönmesinden oluşur. Bu nedenle, sistemin **İLK** açısal momentumu, M_B kütleli **ÜST** diskin açısal momentumu;

$$L_1(kg.m^2/s) = I_B\omega_1 \quad (\text{Üst Disk})$$

olarak verilir.

- 6.1.1. Dönme eksenine göre **ÜST** diskin (M_B) eylemsizlik momenti I_B aşağıda verildiği şekilde ifade edilir;

$$I_B(kg.m^2) = \frac{1}{2} M_B R^2 \quad (\text{Üst Disk})$$

- 6.1.2. Üst diskin başlangıç (**İLK**) açısal hızı (ω_1);

$$\omega_1(rad/s) = \left(\frac{\pi}{100}\right) \beta_1 \quad (\text{Üst Disk})$$

tarafından hesaplanır.

- 6.1.3. Hesaplanan I_B ve ω_1 kullanarak, sistemin (**ÜST** diskin **ALT** disk üstüne düşmesinden **hemen önceki**) **ilk açısal momentumu** belirlenir ve L_1 olarak not edilir (**Şekil-24a**);

$$L_1(kg.m^2/s) = \left(\frac{1}{2} M_B R^2\right) \omega_1 \quad (\text{Çarpışmadan HEMEN ÖNCE})$$

NOT:

Çarpışmadan **HEMEN ÖNCE**, sadece **ÜST** diskin döndüğünü ve **ALT** diskin sistemin toplam açısal momentumuna katkıda bulunmadığı unutulmamalıdır.

- 6.2. **ÜST** diskin alt diskin üzerine düşmesinden **HEMEN SONRA** sistemin açısal momentumu (L_2) aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$L_2(kg.m^2/s) = (I_A + I_B)\omega_2 \quad (\text{Birleşik Kütle})$$

- 6.2.1. Dönme eksenine göre **ALT** diskin (M_A) eylemsizlik momenti I_A ;

$$I_A(kg.m^2) = \frac{1}{2} M_A R^2 \quad (\text{Alt Disk})$$

- 6.2.2. Birleşik kütleli iki disk sistemin **son açısal hızı** (ω_2);

$$\omega_2(rad/s) = \left(\frac{\pi}{100}\right) \beta_2 \quad (\text{Birleşik Kütle})$$

- 6.2.3. I_A , I_B ve ω_2 değerleri kullanılarak **ÜST** diskin **ALT** diskin üzerine düşmesinden **hemen sonrası** için sistemin **son açısal momentumunu** (L_2) hesaplanır (**Şekil-24b**);

$$L_2(kg.m^2/s) = (I_A + I_B)\omega_2 \quad (\text{Çarpışmadan HEMEN SONRA})$$

7. **Herhangi bir dış kuvvet etkilemediği** sürece sistemin (dönen sistemin) toplam açısal momentumu **sabit** kalır.

- 7.1. Bu nedenle, **çarpışmadan** hemen **ÖNCE** toplam açısal momentum **SONRA** açısal momentuma eşittir;

AÇISAL MOMENTUM		AÇISAL MOMENTUM
ÖNCE	=	SONRA
$I_B\omega_1$	=	$(I_A + I_B)\omega_2$

İki disk arasında oluşan dönmeli çarpışmalarda, çarpışmadan **önceki** açısal momentumlar toplamı çarpışmadan **sonraki** açısal momentumlar toplamına eşit olmalıdır.

7.2. **Başlangıç** açısal momentum değeri, $I_B \omega_1$ ile **son** açısal momentum değeri, $(I_A + I_B) \omega_2$ eşit midir?. Eğer değilse arasındaki yüzdellik farkı nedir?.

7.3. Bu deneyde açısal momentum korunuyor mu? Açısal momentumun ilk ve son değerlerinin eşit olduğunu nasıl açıklarsınız?. Bu çalışmadaki olası hata kaynaklarını tartışınız.

DENEY NOTU: Açısal Momentumun Korunumu deneyinde ÜST ALÜMİNYUM DİSK kullanılmaz!

Rentech

8. DENEY RAPORU

Adı ve Soyadı: _____

Bölüm: _____

Öğrenci No: _____

Tarih: _____

DENEY-(1A)
Açısal Hızın Ölçülmesi
(Çelik Üst Disk)

Tablo-1: Dönen diskin açısal hızı (ω) ve bu hızla karşılık gelen zaman aralıkları (**Çelik Üst Disk**).

Dönen Üst Disk	Sinyal Sayacı	Sinyal Sayacı	Deneysel
	Zaman Aralığı	Okunan Çizgi Sayısı*	Açısal Hız
	$\Delta t(s)$	β	$\omega(rad/s) = \frac{\pi}{100}\beta$
Çelik	0s	0	0
	0 – 1s		
	2 – 3s		
	4 – 5s		
	6 – 7s		
	8 – 9s		

* Ekran göstergesi (sinyal sayıcı) optik sensörden her bir saniyede geçen **çizgi sayısını** sayar. Daha sonra, bu değerleri her iki saniyede bir gösterir. Bu iki saniyelik zaman aralığının ilk saniyesinde, sinyal sayıcı etkin değildir. Diğer saniyede ise bir sonraki görüntüleme için okuma yapar.

DENEY-(1B)
Açısal Hızın Ölçülmesi
(Alüminyum Üst Disk)

Tablo-2: Dönen diskin açısal hızı (ω) ve bu hızın ölçüldüğü zaman aralıkları (Alüminyum Üst Disk).

	Sinyal Sayacı	Sinyal Sayacı	Deneysel
Döner Disk	Zaman Aralığı	Okunan Çizgi Sayısı	Açısal Hız
	$t(s)$	β	$\omega(rad/s) = \frac{\pi}{100}\beta$
Alüminyum	0s	0	0
	0 – 1s		
	2 – 3s		
	4 – 5s		
	6 – 7s		
	8 – 9s		

DENEY-(2A)

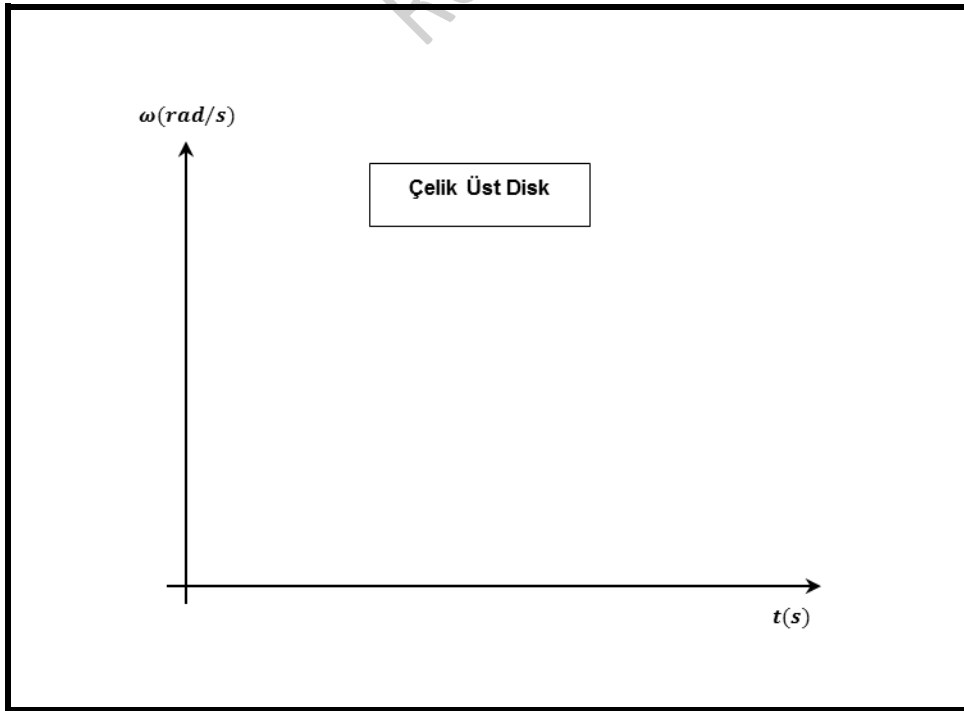
Dönme Eylemsizlik Momentinin Hesaplanması

(Çelik Disk)

Tablo-3: Dönen diskin açısal ivmesi (Çelik Üst Disk).

Dönen Disk	Sinyal Sayacı		DeneySEL	Grafiğin Eğimi
	Zaman	Okunan Çizgi Sayısı*	Maksimum Açısal Hız	Açısal İvme
	$t(s)$	β	$\omega(rad/s) = \frac{\pi}{100} \beta$	$\alpha(rad/s^2) = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$
Çelik	0	0	0	
	1			
	3			
	5			
	7			
	9			

* Optik okuyucu (sinyal sayacı), her 1sn'de fotosensörden geçen çizgi sayısını (β) sayar ve hemen sonrasında iki saniye (2sn) için ölçülen bu değeri ekranda gösterir. Bu nedenle, zamana (t) karşı açısal hız (ω) grafiği çizerken, her okuma değeri arası 2sn olacaktır.

Grafik-1: Dönen üst çelik diskin (Steel Top Disk) zamana bağlı açısal hız (ω) grafiği.

Tablo-4: Toplam asılan kütle (m) ve moment makarasının yarıçapı (Çelik Üst Disk).

Dönen Disk	Eklenen Kütle	Kütle Tutucusu	Toplam Asılı Kütle	Moment Makarasının Yarıçapı
	$m_1(g)$	$m_2(g)$	$m(g) = m_1 + m_2$	$r(cm)$
Çelik	10	5	15	1.25 (= 0.0125m)

Tablo-5: Kütle merkezinden geçen bir eksen etrafında dönen diskin eylemsizlik momenti (Çelik Üst Disk).

Dönen Disk	Deneysel	Deneysel	Ölçülen	Hesaplanan
	Açısal İvme	Dönen DİSKİN Teğetsel İvmesi*	Moment Makarasının Yarıçapı	Toplam Asılı Kütle
Steel	$\alpha(rad/s^2)$	$a(m/s^2)$	$r(m)$	$m(kg) = m_1 + m_2$
	(Slope)	$(a = r\alpha)$		
				

*Dönen diskin teğetsel ivmesi (a_t) asılı kütlelerin çizgisel ivmesine (a) eşittir ($a_t = a = r\alpha$).

Ölçülen	Deneysel
İpteki Gerilme	Eylemsizlik Momenti
$T(N) = mg - ma$	$I(kg.m^2) = \frac{rT}{\alpha}$
.....	

Tablo-6: Çelik disk için deneysel olarak hesaplanan eylemsizlik momentinin teorik (beklenen) değerle karşılaştırılması.

Dönen Disk	Ölçülen		Deneysel	Beklenen	Hesaplanan
	Disk Kütle	Disk Yarıçapı	Eylemsizlik Momenti	Eylemsizlik Momenti	Yüzdelik Fark
Çelik	$M(kg)$	$R(m)$	$I(kg.m^2)$	$I(kg.m^2) = \frac{1}{2}MR^2$	$\Delta I(\pm\%)$
	1.364 (= 1364g)	0.058			

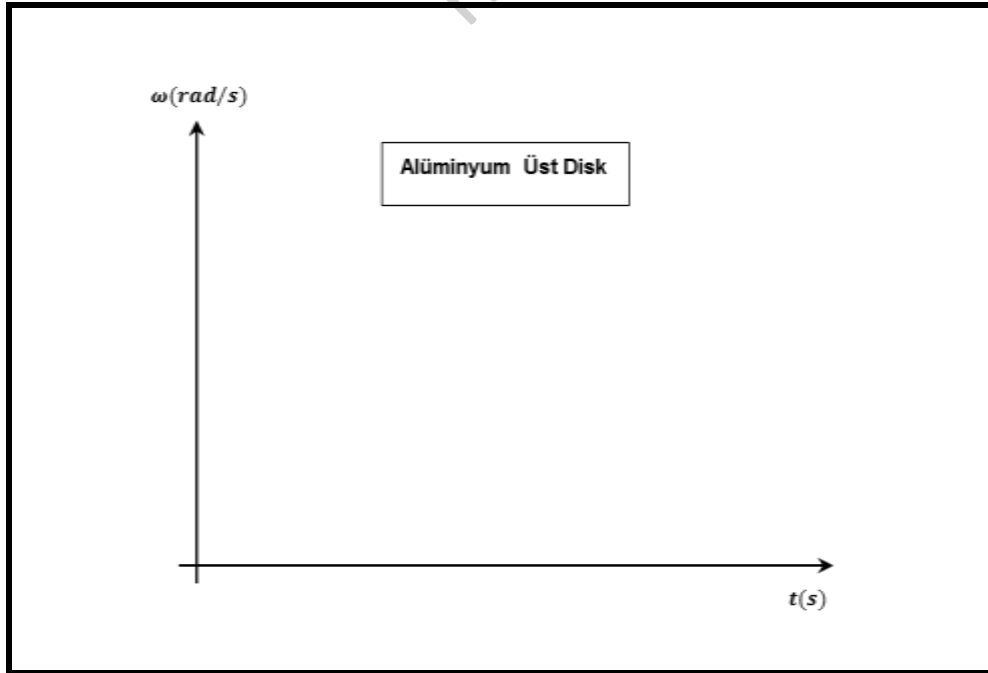
DENEY-(2B)

Dönme Eylemsizlik Momentinin Hesaplanması

(Alüminyum Disk)

Tablo-7: Dönen diskin açısal ivmesi (Alüminyum Üst Disk).

Dönen Disk	Sinyal Sayacı		DeneySEL	Grafiğin Eğimi
	Zaman	Okunan Çizgi Sayısı	Açısal Hız	Açısal İvme
	$t(s)$	β	$\omega(rad/s) = \frac{\pi}{100} \beta$	$\alpha(rad/s^2) = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$
Alüminyum	0	0	0	
	1			
	3			
	5			
	7			
	9			

Grafik-2: Dönen üst alüminyum diskin (Aluminum Top Disk) zamana bağlı açısal hız (ω) grafiği.

Tablo-8: Toplam asılan kütle ve moment makarasının yarıçapı (Alüminyum Üst Disk).

Dönen Disk	Eklenen Kütle	Kütle Tutucusu	Toplam Asılı Kütle	Moment Makarasının Yarıçapı
	$m_1(g)$	$m_2(g)$	$m(g) = m_1 + m_2$	$r(cm)$
Alüminyum	10	5	15	1.25 (= 0.0125m)

Tablo-9: Dönen diskin eylemsizlik momenti (Alüminyum Üst Disk).

Dönen Disk	DeneySEL		Ölçülen	Hesaplanan
	Açısal İvme	Dönen Diskin Teğetsel İvmesi	Moment Makarasının Yarıçapı	Toplam Asılı Kütle
Alüminyum	$\alpha(rad/s^2)$ (Slope)	$a(m/s^2)$ ($a = r\alpha$)	$r(m)$	$m(kg) = m_1 + m_2$
				

Hesaplanan	DeneySEL
İpteki Gerilme	Eylemsizlik Momenti
$T(N) = mg - ma$	$I(kg \cdot m^2) = \frac{rT}{\alpha}$
.....	

Tablo-10: Alüminyum disk için deneySEL hesaplanan eylemsizlik momentinin teorik (beklenen) değerle karşılaştırılması.

Dönen Disk	Ölçülen		DeneySEL	Beklenen	Hesaplanan
	Disk Kütlesi	Disk Yarıçapı	Eylemsizlik Momenti	Eylemsizlik Momenti	Yüzdelik Fark
Alüminyum	$M(kg)$	$R(m)$	$I(kg \cdot m^2)$	$I(kg \cdot m^2) = \frac{1}{2}MR^2$	$\Delta I(\pm\%)$
	0.462 (= 462gr)	0.058 (= 5.8cm)			

DENEY-(3A)

Mekanik Enerjinin Korunumu

(Çelik Üst Disk)

Tablo-11: Asılan toplam kütle ve moment makarasının yarıçapı (Çelik Üst Disk).

Dönen Disk	Eklenen Kütle	Kütle Tutucusu	Asılan Toplam Kütle	Moment Makarasının Yarıçapı
	$m_1(g)$	$m_2(g)$	$m(kg) = m_1 + m_2$	$r(m)$
Çelik Üst Disk	10	5	0.015 (= 15g)	0.0125 (= 1.25cm)

Tablo-12: Asılı toplam kütlelerin potansiyel enerji kaybı.

Dönen Disk	Sinyal Sayacı		Moment Makarası	Deneyisel
	Zaman	Okunan Çizgi Sayısı	Yarıçap	Potansiyel Enerji Kaybı
	$t(s)$	β	$r(m)$	$U(J) = mgh = mg\left(\frac{2\pi r}{200}\right)\beta$
Çelik Üst Disk	1			

Tablo-13: Dönen üst diskin çizgisel hızı (Çelik Üst Disk).

Dönen Disk	Moment Makarası	Sinyal Sayacı	Deneyisel	Deneyisel
	Yarıçap	Okunan Çizgi Sayısı	Dönen Diskin Açısal Hızı	Düşen Kütlelerin Çizgisel Hızı
	$r(m)$	β	$\omega(rad/s) = \frac{\pi}{100}\beta$	$v(m/s) = r\omega$
Steel Top Disk	0.0125m			

Tablo-14: Dönen disk tarafından **kazanılan** dönme kinetik enerjisi (rotational kinetic energy).

	Moment Makarası	Disk	Deneysel	Deneysel
Dönen Disk	Zaman	Disklin Eylemsizlik Momenti	Dönen Diskin Açısal Hızı	Dönme Kinetik Enerjisi
	$t(s)$	$I(kg.m^2)$	$\omega \left(\frac{rad}{s} \right) = \frac{\pi}{100} \beta$	$K_1(J) = (1/2)I\omega^2$
Çelik Üst Disk	1			

Tablo-15: Düşen kütle (asılan toplam kütle) tarafından **kazanılan** öteleme kinetik enerjisi (translational kinetic energy).

	Ölçülen	Hesaplanan	Deneysel	Deneysel
Dönen Disk	Zaman	Düşen Kütle	Düşen Kütlelin Çizgisel Hızı	Kinetik Enerji*
	$t(s)$	$m(kg) = m_1 + m_2$	$v(m/s) = r\omega$	$K_2(J) = (1/2)mv^2$
Çelik Üst Disk	1	0.015 (= 15g)		

* Öteleme kinetik enerjisi $t = 1sn$ anı için hesaplanmıştır.Tablo-16: Asılı toplam kütle (m) ve dönen disk (M) tarafından **kazanılan** sistemin toplam kinetik enerjisi.

	Deneysel	Asılı Toplam Kütle	Dönen Disk	Hesaplanan
Dönen Disk	Asılı Toplam Kütle Tarafından <u>Kaybedilen</u> Potansiyel Enerji	Asılan Toplam Kütle Tarafından <u>Kazanılan</u> Öteleme Kinetik Enerjisi	Dönen Disk Tarafından <u>Kazanılan</u> Dönme Kinetik Enerjisi	Sistem Tarafından <u>Kazanılan</u> Toplam Kinetik Enerji
	$U(J)$	$K_1(J) = \frac{1}{2}mv^2$	$K_2(J) = \frac{1}{2}I\omega^2$	$K_T(J) = K_1 + K_2$
Çelik Üst Disk				

Tablo-17: Sistem tarafından **kazanılan** kinetik enerji ile **kaybedilen** potansiyel enerjinin karşılaştırılması.

	Deneysel	Deneysel	Hesaplanan	Hesaplanan
Dönen Disk	<u>Kaybedilen</u> Potansiyel Enerji	<u>Kazanılan</u> Kinetik Enerji	Fark	%Hata
	$U(J)$	$K_T(J) = K_1 + K_2$	$\Delta E = U(J) - K_T(J)$	
Çelik Üst Disk				

DENEY-(3B)

Mekanik Enerjinin Korunumu

(Alüminyum Üst Disk)

Tablo-18: Asılan toplam kütle ve moment makarasının yarıçapı (Alüminyum Üst Disk).

Dönen Disk	Eklenen Kütle	Kütle Tutucusu	Toplam Kütle	Moment Makarasının Yarıçapı
	$m_1(g)$	$m_2(g)$	$m(kg) = m_1 + m_2$	$r(m)$
Alüminyum	5	5	0.010 (= 10g)	0.0125 (= 1.25cm)

Tablo-19: Asılı toplam kütlelerin potansiyel enerji kaybı.

Dönen Disk	Sinyal Sayacı		Moment Makarası	Deneysel
	Zaman	Okunan Çizgi Sayısı	Yarıçap	Potansiyel Enerji Kaybı
	$t(s)$	β	$r(m)$	$U(J) = mgh = mg\left(\frac{2\pi r}{200}\right)\beta$
Alüminyum	1			

Tablo-20: Dönen diskin çizgisel hızı (Alüminyum Üst Disk).

Dönen Disk	Moment Makarası	Sinyal Sayacı	Deneysel	Deneysel
	Yarıçap	Okunan Çizgi Sayısı	Dönen Diskin Açısal Hızı	Asılı Kütlelerin Çizgisel Hızı
	$r(m)$	β	$\omega(rad/s) = \frac{\pi}{100}\beta$	$v(m/s) = r\omega$
Alüminyum Üst Disk	0.0125			

Tablo-21: Dönen disk tarafından **kazanılan** dönme kinetik enerjisi (rotational kinetic energy).

	Ölçülen	Disk	Deneysel	Deneysel
Dönen Disk	Zaman	Disk'in Eylemsizlik Momenti	Dönen Disk'in Açısal Hızı	Dönme Kinetik Enerjisi
	$t(s)$	$I(kg.m^2)$	$\omega\left(\frac{rad}{s}\right) = \frac{\pi}{100}\beta$	$K(J) = (1/2)I\omega^2$
Alüminyum Üst Disk	1			

Tablo-22: Düşen kütle (asılı toplam kütle) tarafından **kazanılan** öteleme kinetik enerjisi (translational kinetic energy).

	Ölçülen	Hesaplanan	Deneysel	Deneysel
Dönen Disk	Zaman	Düşen Kütle	Düşen Kütle'nin Çizgisel Hızı	Kinetik Enerji
	$t(s)$	$m(kg) = m_1 + m_2$	$v(m/s) = r\omega$	$K(J) = (1/2)mv^2$
Alüminyum Üst Disk	1			

Tablo-23: Asılı kütle (m) ve dönen disk (M) tarafından **kazanılan** sistemin toplam kinetik enerjisi.

	Deneysel	Asılı Kütle	Döner Disk	Deneysel
Döner Disk	Asılan Toplam Kütle Tarafından <u>Kaybedilen</u> Potansiyel Enerji $U(J)$	Asılan Toplam Kütle Tarafından <u>Kazanılan</u> Öteleme Kinetik Enerjisi $K_1(J) = \frac{1}{2}mv^2$	Döner Disk Tarafından <u>Kazanılan</u> Dönme Kinetik Enerjisi $K_2(J) = \frac{1}{2}I\omega^2$	Sistem Tarafından <u>Kazanılan</u> Toplam Kinetik Enerji $K_T(J) = K_1 + K_2$
Alüminyum Üst Disk				

Tablo-24: **Kazanılan** kinetik enerji ile **kaybedilen** potansiyel enerjinin karşılaştırılması.

	Deneysel	Deneysel	Deneysel	Deneysel
Döner Disk	<u>Kaybedilen</u> Potansiyel Enerji $U(J)$	<u>Kazanılan</u> Kinetik Enerji $K_T(J) = K_1 + K_2$	Fark $\Delta E = U(J) - K_T(J)$	%Hata
Alüminyum				

DENEY-(4)

Açısal Momentumun Korunumu

Çelik ALT Diskin Kütlesi, M_A (kg): 1.338 kg (= 1338gr)

Çelik Alt Diskin Yarıçapı, R (m): 0.058 m (= 58mm)

Çelik Üst Diskin Kütlesi, M_B (kg): 1.364 kg

Çelik Üst Diskin Yarıçapı, R (m): 0.058 m

Tablo-25: Çarpışmadan HEMEN önce sistemin **toplam açısal momentum** (L_1).

	ÖLÇÜLEN	HESAPLANAN	HESAPLANAN	HESAPLANAN
Üst Disk	Okunan Çizgi Sayısı	Üst Diskin Açısal Hızı	Üst Diskin Eylemsizlik Momenti	Toplam Açısal Momentum (Çarpışmadan Hemen Önce)*
Çelik	β_1	$\omega_1(rad/s) = \left(\frac{\pi}{100}\right)\beta_1$	$I_B(kg.m^2) = \frac{1}{2}M_B R^2$	$L_1(kg.m^2/s) = I_B \omega_1$
				

* Başlangıçta, toplam açısal momentum (L_1) sadece ÜST diskten kaynaklanmaktadır (alt disk hareketsiz olması nedeniyle).

Tablo-26: Üst disk alt disk üzerine düşmesinden hemen SONRA iki diskli sisteminin (birleşik kütleli) açısal hızı (ω_2).

	ÖLÇÜLEN	HESAPLANAN	HESAPLANAN	HESAPLANAN
Üst Disk	Okunan Çizgi Sayısı	Birleşik Kütleli Açısal Hızı	Üst Diskin Eylemsizlik Momenti	Alt Diskin Eylemsizlik Momenti
Çelik	β_2	$\omega_2(rad/s) = \left(\frac{\pi}{100}\right)\beta_2$	$I_B(kg.m^2) = \frac{1}{2}M_B R^2$	$I_A(kg.m^2) = \frac{1}{2}M_A R^2$
				

* ÜST disk, alt disk üstüne düşmesinden hemen sonra, birleşik kütleli ($M_A + M_B$) iki-disk sistemi ω_2 açısal hızı ile döner.

Tablo-27: ÜST diskin alt disk üzerine düşmesinden **hemen SONRA** birleşik kütleli sistemin açısal momentumu (L_2).

Üst Disk	ÖLÇÜLEN	HESAPLANAN	HESAPLANAN
	Okunan Çizgi Sayısı	Birleşik Kütlenin (İkili Disk Sisteminin) Açısal Hızı	İkili Disk Sisteminin Açısal Momentumu (Çarpışmadan Hemen Sonra)
Çelik	β_2	$\omega_2(\text{rad/s}) = \left(\frac{\pi}{100}\right) \beta_2$	$L_2(\text{kg.m}^2/\text{s}) = (I_A + I_B)\omega_2$
			