

Paketleme Listesi

Sıra No	Malzeme	Adet
1.	Eğik Düzlem Rayı	1
2.	Zamanlayıcı	1
3.	Dinamometre	1
4.	Photogate (Işık Kapısı)	2
5.	Eğim Açısı Oluşturmak için Destek Çubuğu	1
6.	Sürtünmesiz Araba ve Zaman Algılama Çubuğu (Sürtünmesiz Hareket Deneyi, 500gr)	1
7.	Sürtünmeli Blok ve Zaman Algılama Çubuğu (Sürtünmeli Hareket Deneyi, 160gr)	1
8.	Sürtünmeli Blok ve Zaman Algılama Çubuğu (Sürtünmeli Hareket Deneyi, 80gr)	1
9.	Disk (Yuvarlanma Hareketi Deneyi, Çap=60mm, 860gr)	1
10.	Açı Ölçer	1
11.	Bağlantı Kabloları Seti	1
12.	Esnek Olmayan İp	1
13.	Deney Föyleri (Öğretmen ve Öğrenci Deney Föyleri)	2

İçindekiler

1.	Amaç	4
2.	Sürtünmesiz Düzlemde Hareket	4
3.	Sürtünlü Düzlemde Hareket	11
4.	Sürtünmesiz Eğik Düzlemde Hareket	17
5.	Yerçekimi İvmesinin Belirlenmesi	19
6.	Sürtünlü Eğik Düzlemde Hareket	20
6.1.	Statik Sürtünme Katsayısının Belirlenmesi	22
6.2.	Kinetik Sürtünme Katsayısının Belirlenmesi	24
7.	Katı Cismin Yuvarlanma Hareketi	27
7.1.	Yuvarlanma Hareketi Yapan Disk	29
7.2.	Eğik Düzlemde Mekanik Enerjinin Korunumu	35
7.3.	Kürenin Yuvarlanma Hareketi	37
8.	DENEYLERİN YAPILIŞI	42
	DENEY FÖYÜ-1/BÖLÜM-1: SÜRTÜNMESİZ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET	
	Sürtünmesiz Eğik Düzlemde Hareket Eden Bir Cismin İvmesinin Bulunması	42
	DENEY FÖYÜ-1/BÖLÜM-2: SÜRTÜNMESİZ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET	
	“KONUM-ZAMANIN KARESİ” GRAFİĞİNDEN HAREKETİN İVMESİNİN BELİRLENMESİ	45
9.	Deney Raporu	47
	DENEY FÖYÜ-1/BÖLÜM-1: SÜRTÜNMESİZ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET	
	SÜRTÜNMESİZ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET EDEN BİR CİSMİN İVMESİNİN BULUNMASI	47
	DENEY FÖYÜ-1/BÖLÜM-2: SÜRTÜNMESİZ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET	
	“KONUM-ZAMANIN KARESİ” GRAFİĞİNDEN HAREKETİN İVMESİNİN BELİRLENMESİ	49
	DENEY FÖYÜ-2: SÜRTÜNMESİZ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET	
	Yerçekimi İvmesinin Bulunması	51
10.	Deney Raporu	53
	DENEY FÖYÜ-2: SÜRTÜNMESİZ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET	
	Yerçekimi İvmesinin Bulunması	53
	DENEY FÖYÜ-3: SÜRTÜNMELİ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET	
	Sürtünme Katsayısı ve Sürtünme Kuvvetinin Bulunması	55
11.	Deney Raporu	60
	DENEY FÖYÜ-3: SÜRTÜNMELİ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET	
	Sürtünme Katsayısı ve Sürtünme Kuvvetinin Bulunması	60
	DENEY FÖYÜ-4: EĞİK DÜZLEMDE YUVARLANMA HAREKETİ	
	Disk Hızının Belirlenmesi ve Mekanik Enerjinin Korunumu	65
12.	Deney Raporu	71
	DENEY FÖYÜ-4: EĞİK DÜZLEMDE YUVARLANMA HAREKETİ	
	Disk Hızının Belirlenmesi ve Mekanik Enerjinin Korunumu	71

1. Amaç

Eğik düzlemde hareket deneylerinde;

1. Newton'un 2.yasası kullanılarak, sürtünmesiz ve sürtünmeli eğik düzlemde hareket yapan katı bir cismin **hareketinin ivmesinin** bulunması,
2. Yerçekimi ivmesinin belirlenmesi,
3. Eğik düzlemde bir cismin hareketi incelenerek statik ve kinetik **sürtünme katsayısının** bulunması,
4. Birbirine temas eden iki katı yüzey (malzeme) arasındaki statik ve kinetik **sürtünme kuvvetinin** hesaplanması,
5. Yuvarlanma hareketi yapan bir cismin (diskin) öteleme ve dönme kinetik enerjilerinin incelenmesi,
6. Katı cismin yuvarlanma hareketinde mekanik enerjisinin korunumunun incelenmesi,

amaçlanmıştır.

2. Sürtünmesiz Düzlemde Hareket

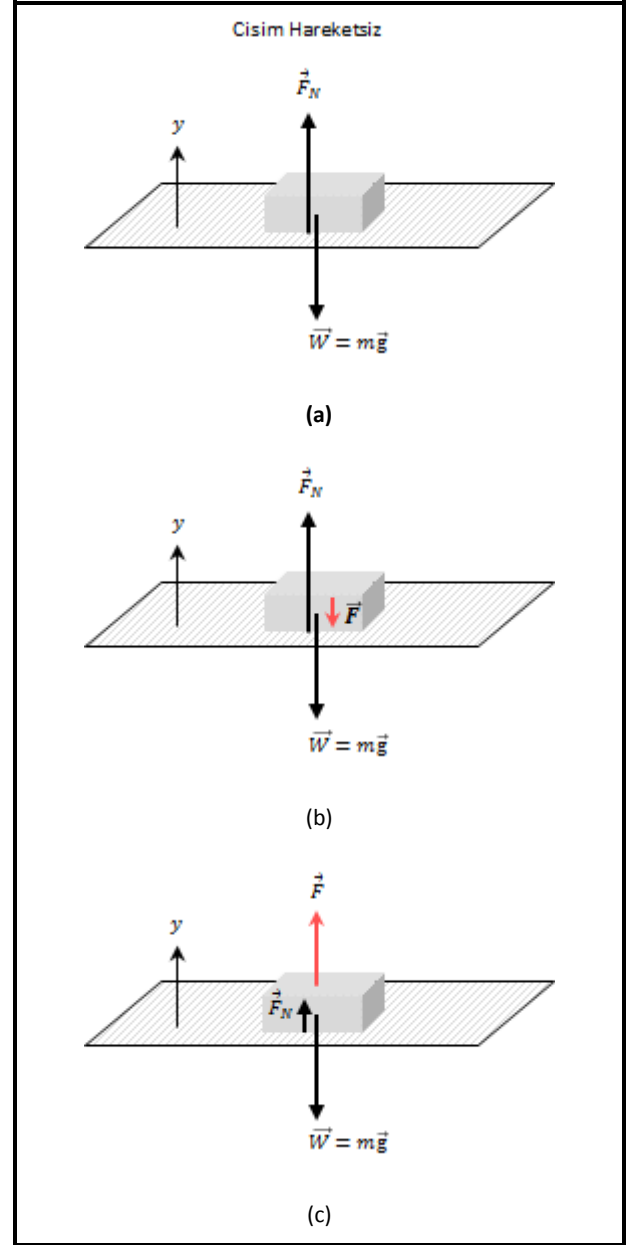
Bir cisim (kütle) üzerine etki eden kuvvetlerin toplamına net kuvvet denir. Bir cisme etki eden net bir kuvvet varsa, cisim bu kuvvetin yönü ve doğrultusunda ivmeli hareket yapar. Cismin ivmesi ($\vec{a}$), cisme etki eden net kuvvetle doğru orantılı olup, cismin kütlesi ile ters orantılıdır. Bu, Newton'un ikinci hareket yasasıdır;

$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \quad (1)$$

Burada;

$\vec{a}$: Cismin ivmesi,
 m : Cismin kütlesi,
 $\Sigma \vec{F}$: Cisim üzerine etki eden net kuvvet,

olarak tanımlanır. Net bir kuvvetin etkisi altında olan bir cisim sabit ivmeli hareket eder ve bu cismin üzerine etki eden net kuvvet (yani, cismin üzerine etki eden kuvvetlerin toplamı) cismin " m " kütlesi ile " a " hareket ivmesinin çarpımına eşittir. Uygulanan net kuvvet, m kütleli cismin hareket doğrultusuna paralel ve hareket yönünde ise cisim, etki eden kuvvet yönünde düzgün değişen (hızlanan) doğrusal hareket yapar. Kuvvetin birimi Newton (N) olarak verilir. Bir Newton, 1 kilogram kütleli bir cisme 1m/sn^2 lik ivme kazandıran net kuvvet miktarıdır ($1\text{N}=1\text{kg.m/sn}^2$).



Şekil-1: Yatay bir düzlemde hareketsiz (durmakta olan) m -kütleli bir cisim (a), cisme aşağı yönde uygulan $\vec{F}$ kuvveti (b) ve yukarı yönde uygulanan $\vec{F}$ kuvveti (c).

Newton'un İkinci Yasasının Birimleri

Kuvvet	Kütle	İvme
Newton (N)	Kilogram (kg)	m/s^2

Birbirine temas eden yüzeylere dik olarak etki eden kuvvete normal kuvvet (F_N) denir. [Şekil-\(1a\)](#)'da gösterildiği gibi yatay bir düzlemde durmakta olan m -kütleli cisim yüzeye, ağırlığı $W = mg$ kadar etki eder.

Eğer m -kütleli cisim herhangi bir yüzeye temas ediyor ve $W = mg$ ağırlığı nedeniyle bu yüzeye bir etki yapıyorsa, yüzeyde bu cisme bir tepki uygular. Yani, yatay yüzeyde cisme $W = mg$ ağırlığına eşit ve zıt yönde bir tepki kuvveti (F_N) gösterir. Uygulanan bu tepki kuvveti daima cismin bulunduğu düzleme diktir. Cismin dengede olması nedeniyle ($a_y = 0$), bu cisim üzerine etki eden net kuvvet ($\Sigma \vec{F}$) sıfır olur. Newton'un ikinci yasasına göre;

$$\Sigma F_y = ma_y \quad (2)$$

$$F_N - mg = 0 \quad (3)$$

bağıntısı yazılır. Buradan, yatay bir düzlem üzerindeki cisim ile yüzey arasındaki normal kuvvetin büyüklüğü (teпки kuvveti), F_N ;

$$F_N = mg \quad (\text{Normal kuvvet}) \quad (4)$$

bulunur. Burada, g yer çekimi ivmesi olup, $g = 9.80m/s^2$ olarak verilir.

- Örneğin kütlesi $m = 10kg$ olan bir cisim için yatay düzlem tarafından cisme uygulanan normal kuvvet;

$$F_N = (10kg)(9.80m/s^2) = 98.0N$$

değerine sahiptir.

Şekil-(1b)'de gösterildiği gibi eğer cisme aşağı yönde (negatif y -yönünde) bir F kuvveti uygulanırsa, bu durumda durağan cisim üzerine üç kuvvet etki edecektir. Bu durumda, cisme etki eden net (bileşke) kuvvet için;

$$\Sigma F_y = F_N - mg - F = ma_y \quad (5)$$

bağıntısı yazılır.

Cisim, yatay düzlemde dengede olması nedeniyle $a_y = 0$ olur (çünkü y -yönünde herhangi bir hareket yoktur);

$$\Sigma F_y = F_N - mg - F = 0 \quad (6)$$

Örneğin, cisme uygulanan kuvvet $F = 40N$ ve cismin kütlesi $m = 10kg$ alınırsa, normal kuvvet F_N ;

$$\Sigma F_y = F_N - mg - 40N = 0$$

$$F_N = mg + 40N = 98N + 40N = 138N$$

bulunur.

Cisme yukarı yönde (pozitif y -yönünde) bir F kuvveti etki ederse (**Şekil-1c**), bu durumda cisim üzerine uygulanan net kuvvet ise;

$$\Sigma F_y = F_N - mg + F = ma_y \quad (7)$$

olacaktır. Cisme yukarı yönde uygulanan kuvvet $F = 40N$ ve cismin kütlesi $m = 10kg$ alınırsa, yukarı kuvvet cismin ağırlığından küçük olduğu için cisim y -yönünde hareket etmeyecektir. Bu nedenle, sabit kütleli cisim üzerine uygulanan net kuvvet sıfır olacaktır ($a_y = 0$);

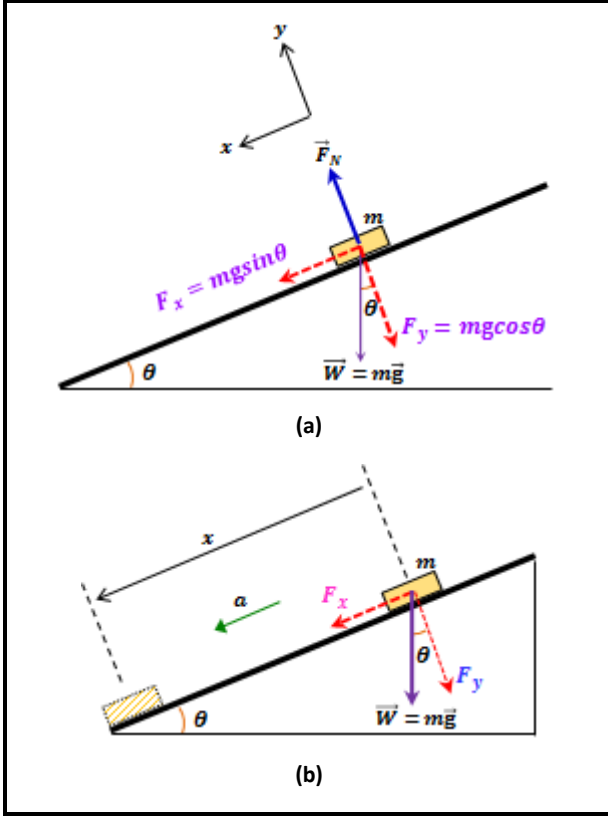
$$\Sigma F_y = F_N - mg + 40N = 0 \quad (8)$$

Bu eşitliği normal kuvvet için çözersek;

$$F_N = mg - 40N = 98N - 40N$$

$$F_N = 58N$$

hesaplanır. Görüldüğü gibi, cisme etki eden normal kuvvet, F_N her zaman cismin ağırlığına eşit değildir.



Şekil-2: Sürtünmesiz eğik düzlem üzerinde duran m -kütleli bir cisim serbest bırakıldığında bu cisim üzerine etki eden kuvvetlerin gösterimi (a) ve m -kütleli cismin sürtünmesiz eğik düzlemdeki hareketi (b).

Şekil-(2a)'da görülen sürtünmesiz, θ eğim açılı bir eğik düzlem üzerine m kütleli bir cisim (blok) konulmuştur. Yatayla θ açısı yapan sürtünmesiz bu eğik düzlem üzerindeki cisme etki eden kuvvetler, sadece cismin W ağırlığı ve cisme düzlemin uyguladığı F_N normal kuvvettir:

1. Cismin ağırlığı (W),
2. Normal kuvvet (F_N)

Cisim üzerine bir dış kuvvet etki etmiyor ise, bu cisim kendi ağırlığının etkisi ile eğik düzlem boyunca x yönünde hareket eder. Eğim açısı θ olan sürtünmesiz eğik düzlemde m -kütleli bu cisme ağırlığından dolayı etki eden $W = mg$ kuvveti θ açısı nedeni ile iki bileşene ayrılır. Cismin ağırlık kuvveti bileşenlerine ayrılırsa, eğik düzleme paralel (hareket doğrultusunda) ve dik (hareket doğrultusuna dik) bileşenleri aşağıda verildiği şekilde olur;

$$F_x = mgsin\theta \quad (9)$$

$$F_y = mgcos\theta \quad (10)$$

Eğik düzlem üzerindeki bir cisim için F_x ve F_y kuvvetlerinin büyüklüğü, eğim açısına göre değişir. Bu yüzden, yüzeye dik olan F_N tepki kuvveti;

$$F_N = mgcos\theta \quad (11)$$

eşitliği ile verilir.

Şekil-(2b)'de görüldüğü gibi sürtünmesiz eğik bir düzlemde, m kütleli cismi düzlem üzerinden aşağıya doğru hareket ettiren kuvvet (yani, cismi ivmelendiren kuvvet), cismin $W = mg$ ağırlığının eğik düzleme paralel bileşeni olan;

$$F_x = mgsin\theta \quad (\text{Kuvvetin } x\text{-bileşeni}) \quad (12)$$

kuvvetidir.

Newton'un 2.hareket kanununa göre m -kütleli cisme bir kuvvet uygulandığında bu kütle, uygulanan kuvvette orantılı bir ivme kazanır. Newton'un 2. yasasına göre cisme etki eden net kuvvet;

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad (\text{Net kuvvet}) \quad (13)$$

olarak ifade edilir. Burada;

- $\vec{a}$: Eğik düzlemde hareketin ivmesi,
 m : Cismin kütlesi,
 $\Sigma \vec{F}$: Cisme etki eden toplam (net) kuvvettir.

Cismin üzerine etki eden net kuvvet bu cisme kuvvet yönünde sabit bir ivme kazandırır ve cisim düzgün doğrusal bir çizgide hareket eder. Cismin ivmesinin büyüklüğü, hareket ettiği eğik düzlemin eğim açısına (θ) bağlı olup, sabit ivmeli bu harekette hız, düzgün olarak değişir. Kuvvet ile ivme aynı yönde olup, kuvvetin büyüklüğü ile ivmenin büyüklüğü doğru orantılıdır.

Şekil-(2a)'da gösterilen $F_x = mgsin\theta$ yatay kuvveti (yani, kuvvetin x -bileşenini) cismi ivmelendiren kuvvettir. Bu nedenle, yatayla θ açısı yapan sürtünmesiz bir eğik düzlem üzerinde cismin hareketinin ivmesi (a) için;

$$F_x = ma_x \quad (\text{Net kuvvet}) \quad (14)$$

$$mgsin\theta = ma \quad (15)$$

bağıntısı yazılır. Buradan, hareket eden cismin sürtünmesiz eğik düzlemdeki ivmesi (a);

$$a = gsin\theta \quad (\text{Teorik}) \quad (16)$$

eşitliği ile bulunur. Bu eşitlik, sabit ivmeli harekete teorik ivme değerini verecektir. Sabit ivmeli harekette hız, düzgün olarak değişir (yani, zamana göre düzgün olarak artar). Birim zamanda hızda meydana gelen bu değişim miktarına ivme denir. Hız ile ivme aynı yönlüdür. **Eşitlik-(16)**'da görüleceği gibi hareketin ivmesi (a); yerçekimi ivmesi (g) ve eğim açısına (θ) bağlı olup daima yerçekimi ivmesinden küçük olmaktadır (cismin kütlesine bağlı değildir). Eğimli yüzeyden aşağıya doğru hareket eden cisim için eğer θ biliniyor ve hareketin ivmesi (a) belirlenmişse, yer çekimi ivmesi (g) deneysel olarak hesaplanabilir.

Cismin belirli bir zaman aralığında yer değiştirmesi, cismin son ve ilk konumları arasındaki fark olarak ifade edilir. Bir boyutta sabit ivme ile hareket eden bir cismin t anındaki konumu (yer değiştirme) bağıntısı;

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad (\text{Konum}) \quad (17)$$

bağıntısı tarafından verilir. Burada;

- x : Cismin son konumu,
- x_0 : Cismin ilk konumu ($t=0$ anındaki konumu),
- v_0 : İlk hız (cismin $t=0$ anındaki hızı),
- t : Zaman,
- a : Cismin ivmesi.

şeklinde verilir.

Eğik düzlemde cismin x -yönündeki ivmesi sabit ($a_x = \text{Sabit}$) ve y -yönündeki ivmesi sıfır olduğundan, cismin eğik düzlemde herhangi bir t zamandaki konumu **Eşitlik-(17)** kullanılarak hesaplanır. Hareket türü sabit ivme ile düzgün doğrusal harekettir. Eğik düzlemde cismin $t = 0$ anında başlangıç konumu $x_0 = 0$ (ilk konumu sıfır) ve başlangıç hızı $v_0 = 0$ (ilk hızı sıfır) olarak alınırsa, zamana bağlı olarak cismin yer değiştirmesi (cismin konumu);

$$x = \frac{1}{2}at^2 \quad (\text{Konum}) \quad (18)$$

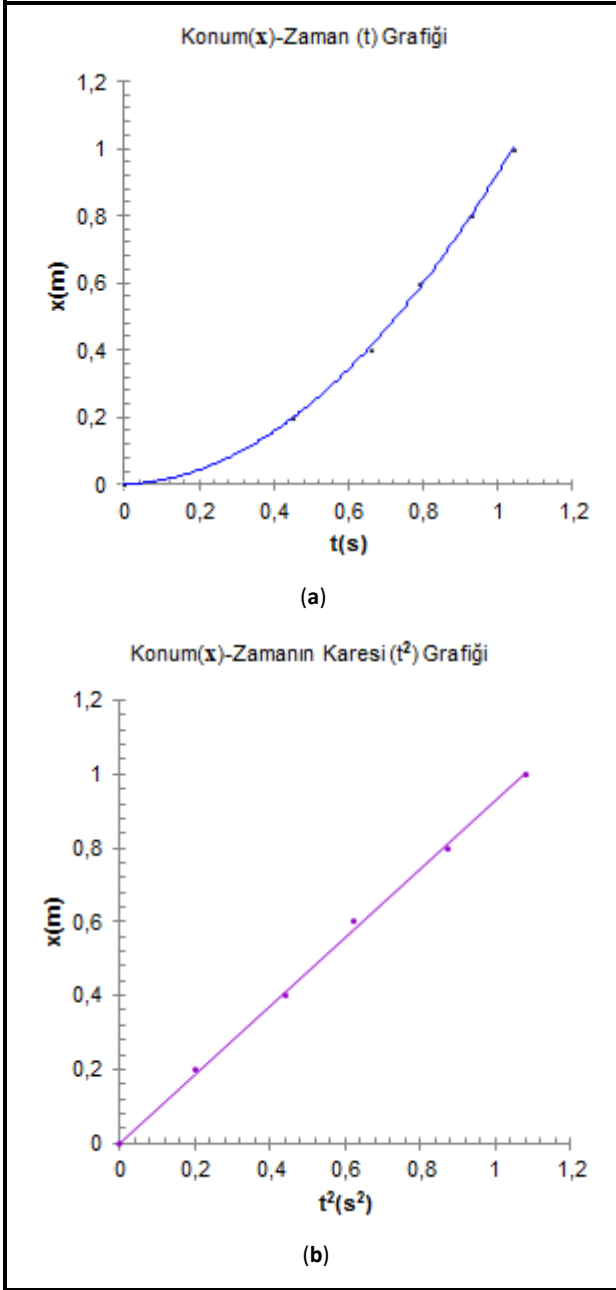
olacaktır. **Eşitlik-(18)**, ilk hızsız ($t = 0$ anında) harekete başlayan bir cismin belli bir zaman (t) içinde aldığı mesafenin (x), ivme cinsinden bağıntısını verir. Bu eşitlikte görüldüğü gibi alınan yol zamanla doğrusal olarak değil zamanın karesiyle orantılı olarak artmaktadır.

Deneyde, ilk hızsız harekete başlayan cismin belirli bir yolu (x) alması için geçen zamanı (t) ölçersek, cismin ivme değerini (a) hesaplayabiliriz. Buna göre hareketin ivmesi (a), ölçülen nicelikler olan yer değiştirme (x) ve zaman aralığı (t) cinsinden çözüldüğünde;

$$a = \frac{2x}{t^2} \quad (\text{Hareketin ivmesi}) \quad (19)$$

bulunur.

İlk hızsız harekete başlayan bir cismin belirli bir sabit yolu (x) alması için geçen zaman (t) bir ZAMANLAYICI ile ölçülürse, **Eşitlik-(19)** kullanılarak cismin ivmesi (a) DENEYSEL olarak bulunabilir.



Şekil-3): Sabit ivmeli hareket yapan bir cismin konum-zaman grafiği (ilk hız sıfır) bir parabol olur (a). Bununla beraber, alınan yol (konum) zamanın karesiyle orantılı olarak artar (b).

Sabit ivme ile hareket eden bir cismin konum-zaman ($x - t$) grafiği Şekil-3a'da verilmiştir. Eğer, hareketin $x - t^2$ grafiği çizilirse, " $\frac{1}{2}a$ " eğimi olan düz bir çizgi elde edilir Şekil-3b).

Sabit ivmeli düzgün doğrusal harekette ilk hız ve ilk konum sıfır ise;

- Bu hareketin $x - t$ grafiği ($x_0 = 0, v_0 = 0$), her zaman grafiğin orijin noktasından geçen bir paraboldür.
- Bununla beraber, eğer $x - t^2$ grafiği çizilirse, eğimi:

$$Eğim = \frac{1}{2}a \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (20)$$

olan ve orijinden geçen bir düz doğru bulunur. Bu doğrunun eğimi, cismin ivmesinin yarısını verir. Eşitlik-(20)'de görüldüğü gibi, farklı yer değiştirme mesafeleri (x) için geçen zamanın (t) ölçülmesi durumunda, bu verileri kullanarak çizilen konum-zamanın karesi ($x - t^2$) grafiğinin eğiminden, bu cismin ivmesini (a) DENEYSEL olarak bulabiliriz. Cismin a ivmesi, ilk hızı (v_0) ve ilk konumu (x_0) bilindiğinde, herhangi bir x konumundaki hızı;

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad (\text{Hız}) \quad (21)$$

eşitliği ile hesaplanır.

Eğer belirli bir noktadan ilk hızı sıfır ($v_0 = 0$) olacak şekilde bırakılan cisim x yolunu alırsa, bu noktadaki hızı, Eşitlik-(21) tarafından;

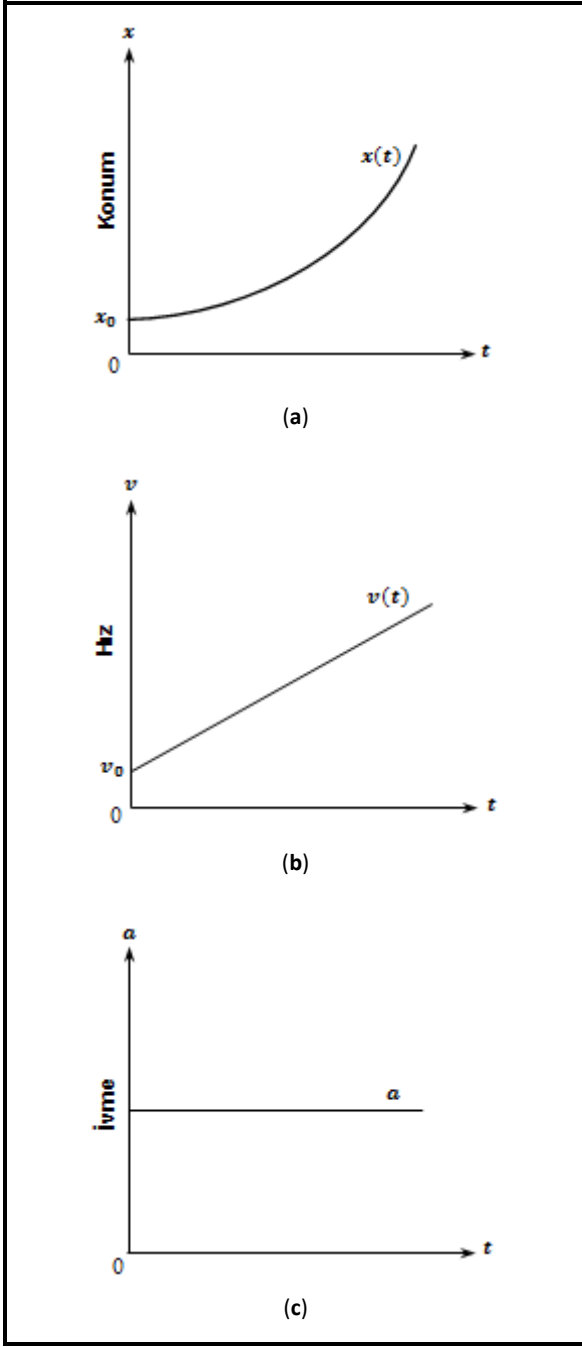
$$v^2 = 2ax \quad (\text{Hız}) \quad (22)$$

olarak bulunacaktır.

Sabit ivmeli harekette herhangi bir t anındaki hız ifadesi ise;

$$v = v_0 + at \quad (\text{Hız}) \quad (23)$$

bağıntısıyla verilir. Bu eşitlik, cismin herhangi bir anlık hızının, başlangıç (ilk) hızı ile hız değişim büyüklüğünün toplamına eşit olduğunu göstermektedir.



Şekil-4: Sabit ivmeli hareket yapan bir cismin konum-zaman grafiği (a), sabit ivmeli hareket yapan cismin hız-zaman grafiği (b) ve cismin sabit ivmesi (c).

Sabit ivmeli düzgün doğrusal hareket yapan bir cismin hız (v) ve ivmesinin (a) incelenmesi aşağıda özetlenmiştir;

1. Sabit ivmeli bir harekette yol-zaman ($x - t$) grafiği, [Şekil-\(4a\)](#)'da gösterildiği gibi bir parabol olarak verilir. Burada dikkat edilirse alınan yol, zamanla doğrusal olarak değil zamanın karesiyle (t^2) orantılı olarak artmaktadır.

Bu parabolün denklemi;

- $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

olarak verilir.

Bir cismin hızını, bir zaman aralığı yerine, herhangi bir t anında tanımlamak istediğimizde anlık hız veya ani hız tanımını kullanırız. Eğer sabit ivmeli hareket yapan cismin herhangi bir t zamandaki hızını (anlık hızını) belirlemek istersek, yol-zaman eğrisinde bu zamana karşılık gelen noktadaki teğetin eğimini hesaplamamız gerekir.

- Eğik düzlemde hareket eden bir cismin konum zaman ($x - t$) grafiğinde, cismin $t = 0$ anında harekete başladığı konum (ilk konum), başlangıç noktası olarak alınır ($x_0 = 0$). İvme sabit ($a = \text{Sabit}$), ilk hız sıfır ($v_0 = 0$) olduğundan, yer değiştirme zamanın karesiyle doğru orantılı olacaktır.

2. Benzer şekilde, sabit ivmeli doğrusal harekette $v - t$ grafiğini analiz edebiliriz. Örneğin, ilk hızın sıfırdan farklı olduğu ivmeli bir harekette hız-zaman ($v - t$) grafiği, hız zamanla doğrusal olarak artması nedeniyle [Şekil-\(4b\)](#)'de görüldüğü gibi bir doğru olur. Bu doğrunun denklemi;

- $v = v_0 + at$

bağıntısı tarafından verilir.

Herhangi bir t anındaki anlık hız, $v - t$ grafiği üzerinde direkt olarak bulunabilir. Grafikte verilen doğrunun eğimi ise, bize düzgün doğrusal hareketin ivme değerini (a) verir.

- Eğik düzlemde harekette, ilk hız olmadığından (ilk hızın sıfır olduğu bir ivmeli harekette) hız-zaman ($v - t$) grafiği, başlangıç noktasından geçen bir doğru olur. Grafiğin eğimi, hareketin ivmesine (a) eşittir.

3. İvme-zaman ($a - t$) grafiği, **Şekil-(4c)**'deki gibi zaman eksenine paralel bir doğru olur. İvme zamana bağlı olarak değişmez ($a = \text{Sabit}$).

Sonuç olarak, sürtünmesiz eğik düzlemde hareket deneylerinde, m -kütleli bir cismin hareketi incelendiğinde aşağıda verilen özellikler dikkate alınmalıdır:

- ✓ Düzlem üzerinde bulunan cisme etki eden kuvvetler aşağı yönde cismin **ağırlığını** ifade eden yerçekimi kuvveti;

$$\vec{W} = m\vec{g}$$

ve cisme düzlemin normali yönünde etki eden normal kuvvet (normal force) olarak verilir.

$$\vec{F}_N$$

- ✓ Cismin eğik düzlem üzerindeki hareketinde, düzleme paralel koordinatı x ile ve düzleme dik yöndeki koordinatı y ile gösterilir. Bu koordinat sisteminde, cismin hareket yönü, pozitif x -ekseni olarak alınır.

- ✓ Düzleme paralel yöndeki kuvvet, yalnızca yerçekimi kuvvetinin bu yöndeki bileşenidir:

$$F_x = mg\sin\theta$$

- ✓ Düzleme dik yöndeki kuvvetler ise yüzey normali yönündeki yüzeyin normal kuvveti (tepki kuvveti) ve buna zıt yöndeki yerçekimi kuvvetinin eğik düzleme dik bileşenidir;

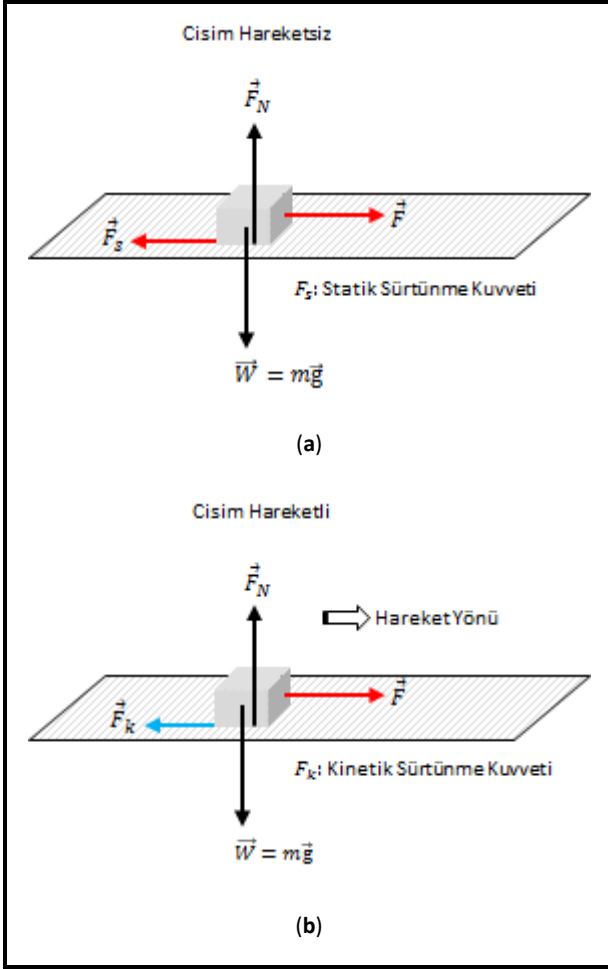
$$\vec{F}_N$$

$$F_y = mg\cos\theta$$

- ✓ Sabit ivmeli harekette konum (x), zamanın karesi (t^2) ile doğru orantılıdır. Sabit bir a ivmesi ile $x_0 = 0$ noktasından ilk hızı sıfır olacak şekilde harekete başlayan bir cisim için konum (x)-zamanın karesi (t^2) grafiği çizilirse, bu grafik bir doğru şeklinde olacak ve bu doğrunun eğimi de ivmenin yarısını verecektir.

- ✓ İvmenin yönü, cisim üzerine etki eden net kuvvetin yönü ($\Sigma\vec{F}$) ile aynıdır. Hareket doğrultusunda cisme etki eden net kuvvet sıfırsa, ivme de sıfırdır ve bu nedenle cismin hızı değişmez ($v = v_0$). Cisme etki eden net kuvvet sıfırdan farklı ise, cisim ivmeli hareket yapar ($v = v_0 + at$).

3. Sürtünmeli Düzlemde Hareket



Şekil-5: Yatay bir düzlem üzerinde bulunan cisim (blok) ile yüzey arasındaki statik sürtünme kuvveti (a) ve kinetik sürtünme kuvveti (b).

Yatay bir düzlem üzerine W ağırlığında bir blok (katı cisim) yerleştirildiğini düşünelim. Yatay yüzey üzerindeki bu blok üzerine etki eden kuvvetler şu şekildedir;

1. Ağırlığı (W) ve,
2. Yüzeydeki tepki kuvveti (F_N) olacaktır.

Hareketsiz m -kütleli cismi harekete geçirmek için bir F kuvveti uygulandığında, yüzeyler arasındaki statik sürtünmeden dolayı cisim bu kuvvete karşı koyar. Cisme küçük bir yatay F kuvveti uygulandığında cismin hareket etmesini engelleyecek sürtünme kuvveti, harekete ters yönde, temas yüzeyine teğet olacak ve bu nedenle cisim sabit kalacaktır.

Bir yüzeye temas ederek hareket eden bir cisim, dışarıdan bir kuvvet etki etmediği takdirde zamanla yavaşlayarak duracaktır. Hareket eden bu cismin durmasını sağlayan kuvvet, cismin hareketine ters yönde etki eden **sürtünme kuvvetidir**. Cisim hareketli olmasa dahi, cismin yüzeye temas eden alanı ile yüzey arasında bir sürtünme kuvvetinin olduğu unutulmamalıdır. Cismin hareketine başlayabilmesi için sürtünme kuvvetini yenmesi gerekir. Sürtünme kuvvetinin hareket ettirici özelliği yoktur, cismin ağırlığıyla doğru orantılı olarak değişir.

Sürtünme kuvvetinin bir cismin hareketi üzerine etkilerini incelemek için **Şekil-(5)** 'de verilen durum incelenebilir. **Şekil-(5a)**'da m -kütleli bir cisim kendi W ağırlığı ve üzerinde durduğu yatay yüzeyin uyguladığı F_N kuvveti etkisinde **dengede** bulunmaktadır. Blok dengede olduğu sürece $F_s = F$ 'dir ve bu durumdaki sürtünme kuvveti F_s ile gösterilir ve **statik sürtünme kuvveti** olarak adlandırılır. Kayma hareketinin başlayabilmesi için düzleme paralel doğrultuda cisme uygulanacak minimum F kuvvetin, en az statik sürtünme kuvveti büyüklüğünde olması gerekir. Blok, tam kayma sınırında iken F_s statik sürtünme kuvveti maksimum değerine ulaşır. F kuvveti bu değeri aştığı zaman blok, hareketine başlayacak ve F kuvveti uygulanmaya devam ettikçe **ivmeleneyecektir**. Bloğun hareketi boyunca sürtünme kuvveti F_k ile gösterilir ve bu kuvvet **kinetik sürtünme kuvveti** olarak ifade edilir. Yatay düzlem boyunca $F - F_k$ ile ifade edilen bir net kuvvet (F_{Net}) sayesinde, pozitif x-ekseni yönünde (sağa doğru) ivmeli bir hareket gözlemlenecektir (yani, $F > F_k \rightarrow F - F_k$ kuvveti cismi ivmelendirir). $F = F_k$ olduğu durumda ise, blok pozitif x-yönünde **sabit hızlı** hareket yapacaktır ($F = F_k \rightarrow$ cisim sabit hızlı hareket yapar). Buna göre, bloğun **sabit bir hızla** harekete devam etmesini istiyorsak, uyguladığımız F kuvvetini, F_k kuvvetini dengeleyecek şekilde düşürmemiz gerekecektir. Eğer uygulanan F kuvveti kaldırılırsa blok, üzerine etki eden tek kuvvet olan negatif x-ekseni yönündeki sürtünme kuvveti nedeniyle bir süre sonra duracaktır.

İki yüzey arasında oluşan sürtünme kuvveti **statik** (durgun) ve **kinetik** olmak üzere iki çeşittir. Dolayısıyla, cismin hareketsiz veya hareketli durumu için cisim ile hareket ettiği yüzey arasındaki sürtünme katsayısı farklı değerlere sahip olacaktır. Sürtünme kuvveti ile iki önemli nokta aşağıda belirtildiği gibi özetlenebilir;

- 1) Hareketsiz bir cisim ile yüzey arasındaki (birbirlerine göre **hareketsiz** yüzeyler arasındaki) sürtünme kuvvetine statik sürtünme kuvveti (F_s) denir. Cismi harekete geçirebilmek için üzerinde bulunduğu yüzeye paralel doğrultuda uygulanması gereken minimum F kuvveti, sürtünme kuvvetine (statik sürtünme kuvvetine) eşit olmalıdır. Cisim tam hareket sınırında olduğunda statik sürtünme kuvveti (F_s) maksimum değere sahip olur. Statik sürtünme kuvveti, birbiri ile temas halinde olan iki yüzey arasındaki kuvvet olup, uygulanan kuvvetle zıt yönlüdür.
- 2) Cisim kaymaya (hareketine) başladıktan sonra yüzeyler arasındaki sürtünme kuvveti en düşük değere iner. Hareket sırasındaki (birbirlerine göre **hareketli** yüzeyler arasındaki) bu sürtünme kuvveti, kinetik sürtünme kuvveti (F_k) olarak ifade edilir. Kinetik sürtünme kuvveti harekete zıt yönde olup, statik sürtünme kuvvetinden daha küçüktür (**Sekil-5b**).

Eğer, F_N ; normal kuvvetin büyüklüğü ve μ ; **statik** sürtünme katsayısı ise, yüzeyler arasındaki statik sürtünme kuvveti (F_s) için;

$$F_s \leq \mu F_N \quad (\text{Statik Sürtünme Kuvveti}) \quad (24)$$

bağıntısı yazılır. Bu eşitlikte;

F_s : Statik sürtünme kuvveti,
 μ : Yüzeyin statik sürtünme katsayısı,
 F_N : Tepki kuvvetidir (normal kuvvet).

Bu denklemde eşitlik olması, blok tam kayma sınırında olduğunda gerçekleşen durumu gösterir. Yüzeyler arasındaki sürtünme kuvveti normal kuvvetle (F_N) doğru orantılıdır. Burada birimsiz olan " μ " sabiti (**sürtünme katsayısı**), sürtünen yüzeylerin cinsine bağlıdır. Uygulanan F kuvveti arttırılırsa, statik sürtünme kuvveti de maksimum değerine kadar artacaktır.

Maksimum statik sürtünme kuvvetinin büyüklüğünün, normal kuvvetin büyüklüğüne oranı yüzeyin statik sürtünme katsayısı olarak ifade edilirse, **maksimum** statik sürtünme kuvvetinin büyüklüğü (F_s);

$$(F_s)_{Max} = \mu F_N \quad (\text{Maksimum Statik Sürtünme Kuvveti}) \quad (25)$$

bağıntısı ile ifade edilir. Hareket yönüne zıt yönde etki eden statik sürtünme kuvvetinin büyüklüğü (F_s) yüzeye dik olan F_N tepki kuvveti (normal kuvvet) ile doğru orantılıdır. **Cisim harekete başladıktan sonra** bu cisim ile yüzey arasındaki kinetik sürtünme kuvveti (F_k);

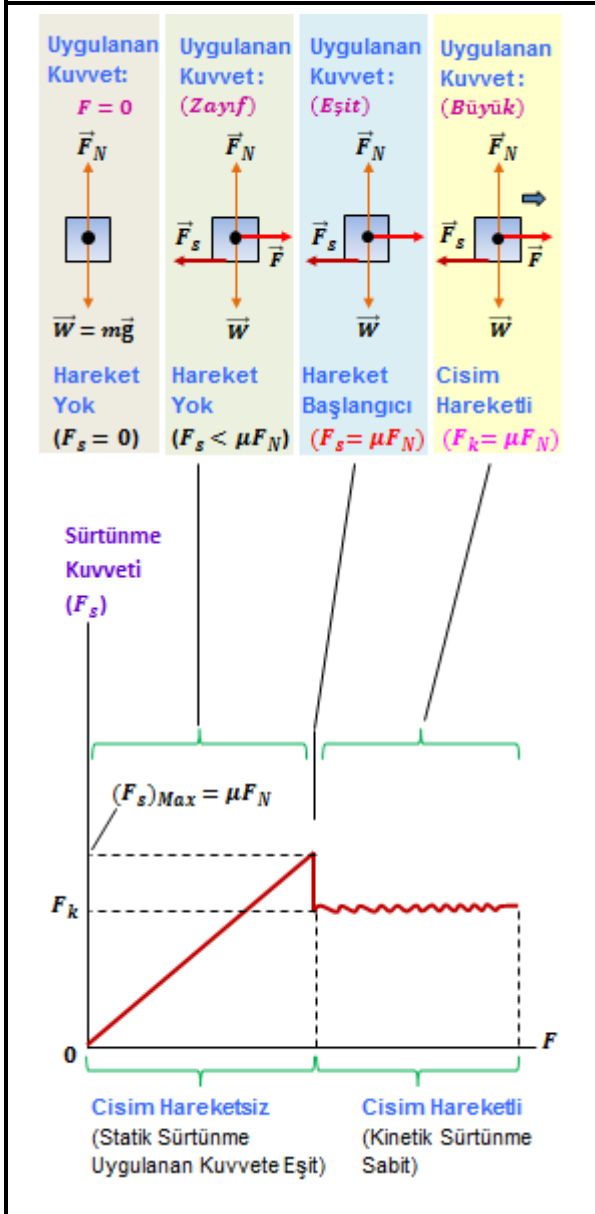
$$F_k = \mu F_N \quad (\text{Kinetik Sürtünme Kuvveti}) \quad (26)$$

tarafından bulunur. Burada, μ ; **kinetik** sürtünme katsayısıdır. Kinetik sürtünme kuvvetinin büyüklüğünün normal kuvvetin büyüklüğüne oranı ise kinetik sürtünme katsayısını verir.

Sürtünme kuvveti ile birbirine temas eden iki yüzey arasındaki sürtünme katsayısı (μ) arasındaki bağıntılar olan (**Eşitlik-25** ve **Eşitlik-26**) incelendiğinde;

- Statik sürtünme kuvvetinin (F_s) hesaplanmasında **statik sürtünme katsayısı**,
- Kinetik sürtünme kuvvetinin (F_k) hesaplanmasında ise **kinetik sürtünme katsayısı** geçerlidir.

Bu nedenle, eğik düzlemde hareket deneylerinde STATİK sürtünme katsayısı μ' olarak gösterilecektir.



Şekil-6: Bloğa etki eden statik sürtünme kuvveti ve blok ile zemin yüzeyi arasındaki kinetik sürtünme kuvveti.

Şekil-(6)'da W ağırlığına sahip bir blok yatay bir yüzey (düzlem) üzerine yerleştirilmiştir. Denge durumundaki bu blok üzerine etki eden kuvvetler, ağırlığı (W) ve yüzeydeki tepki kuvvetidir (F_N). Uygulanan dış kuvvetin $F = 0$ olması durumunda, cisim hareketsizdir ve yüzeyler arasındaki statik sürtünme kuvvetinin büyüklüğü $F_s = 0$ olur. Eğer, bloğa küçük bir yatay F -kuvveti uygulanırsa, bloğun yüzey üzerinde hareket etmesini engelleyecek statik sürtünme kuvveti (F_s) harekete ters yönde (temas yüzeyine teğet olacak şekilde) ortaya çıkar ve blok sabit (dengede) kalmaya devam eder.

Uygulanan dış F -kuvveti arttırılırsa, statik sürtünme kuvveti de maksimum değerine kadar artacaktır. Bu nedenle F -kuvveti, maksimum statik sürtünme kuvvetine eşit oluncaya kadar cisim zemin üzerinde hareket etmeyecektir;

- $(F_s)_{Max} = \mu F_N$

Statik sürtünme kuvvetinin (F_s) belli bir maksimum değeri vardır. F -kuvveti, maksimum statik sürtünme kuvvetine göre biraz daha da arttırılırsa blok hareket etmeye (kaymaya) başlayacaktır;

- $F > (F_s)_{Max}$

Blok kaymaya başladığı anda, F_s sürtünme kuvveti azalır (maksimum F_s değerinden daha küçük bir F_k değerine düşer) ve **kinetik** sürtünme kuvveti hareketli bloğa etki etmeye başlar. O andan sonra blok artan bir hızla (ivmeli) harekete devam eder ancak kinetik sürtünme kuvveti olarak tanımlanan F_k **sabit** kalır ($F_k < (F_s)_{Max}$). Bu nedenle m -kütleli bir cisim yatay yüzeyle temas halindeyken dört durum söz konusudur:

1. Sürtünme yok;

$$F_s = 0$$

2. Hareket yok (cisim hareketsiz):

$$F_s < \mu F_N$$

3. Hareketin başlangıcı:

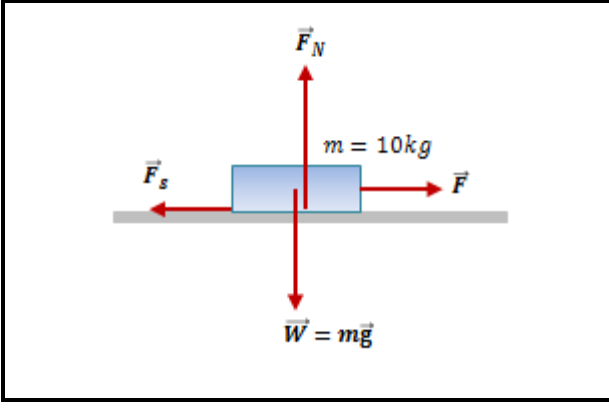
$$(F_s)_{Max} = \mu F_N$$

Uygulanan dış kuvvet (F), bu maksimum statik sürtünme kuvvetinden büyükse cisim harekete başlar (Newton'un ikinci kanunu).

4. Cisim hareketli;

$$F_k = \mu F_N$$

Cisim hareket halinde ise kayma sürtünme kuvveti $F_k = \mu F_N$ bağıntısıyla verilir. Burada, μ katsayısına kayma (kinetik) sürtünme katsayısı denir.



Şekil-7: Sürtülmeli yüzey üzerindeki bir cisme etki eden kuvvetlerin gösterimi.

Şekil-(7)'de verilen örnekte yatay düzlemde hareketsiz olan $m = 10\text{kg}$ kütleli cisim (blok) bir dış kuvvetin (F) etkisi altındadır. Cisim durgun halde iken zeminle cisim arasındaki statik sürtünme katsayısı $\mu = 0.40$ ve hareketli halinin sürtünme katsayısı ise (kinetik sürtünme katsayısı) $\mu = 0.30$ olarak verilmektedir.

Kütle (m)	Statik Sürtünme (μ)	Kinetik Sürtünme (μ)	Dış Kuvvet (F)
10kg	0.40	0.30	Uygulanan

Blok üzerine etki eden kuvvetler;

1. Cisme ağırlığından dolayı etki eden $W = mg$ kuvveti,
2. Zeminin kütleyle uyguladığı normal kuvvet (F_N),
3. Cisme yatay uygulanan dış kuvvet (F),
4. Sürtünme kuvveti (F_s).

Yatay düzlemde bloğu harekete geçiren dış kuvvet (F) ile sürtünme kuvveti (F_s) arasındaki kuvvet dengesi (yatay doğrultudaki kuvvet dengesi) için;

$$\Sigma F_x = F - F_s = 0$$

eşitliği yazılır.

Bloğun ağırlığı (W) ve normal kuvvet (F_N) arasındaki kuvvet dengesi (düşey doğrultudaki kuvvet dengesi) ise;

$$\Sigma F_y = F_N - W = 0$$

bağıntısıyla verilir. Zemine dik yönde (düşey doğrultuda) cisim hareket etmediğinden, cismin bu yöndeki ivmesi sıfırdır. Bu nedenle, normal kuvvet;

$$\Sigma F_y = ma_y = 0$$

$$F_N - mg = 0$$

$$F_N = mg$$

büyüklüğüne sahiptir.

Buradan, normal kuvvet F_N ;

$$F_N = (10\text{kg})(9.80\text{m/s}^2) = 98\text{N}$$

hesaplanır.

Cisim tam kayma sınırındaysa statik sürtünme kuvveti maksimum değerini alır. Bu nedenle, hareketten az önce;

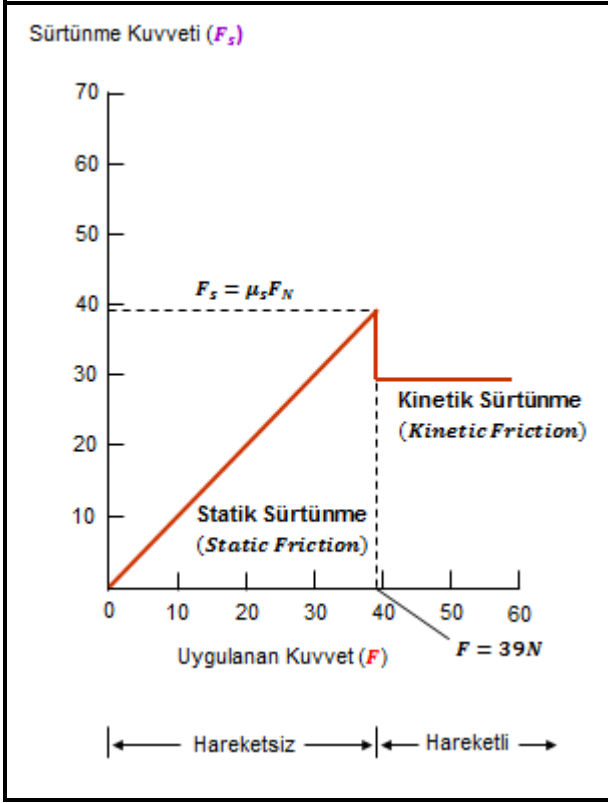
$$\bullet (F_s)_{\text{Max}} = \mu F_N$$

eşitlik hali geçerli olur. Burada; μ ile gösterilen katsayı "**statik sürtünme katsayısı**", F_N ise tepki kuvveti olarak verilir. Sürtünme kuvvetinin maksimum değeri, $(F_s)_{\text{Max}}$ birbirlerine temasta olan malzemelerin temas yüzey özelliklerine bağlıdır. Yüzeyin cinsi değişmeden sürtünme katsayısı değişmez.

Cisim hareket halinde ise kayma sürtünme kuvveti (F_k);

$$\bullet F_k = \mu F_N$$

bağıntısıyla verilir. Burada, μ katsayısına "**kayma (kinetik) sürtünme katsayısı**" denir. Hareket eden cisme etki eden kinetik sürtünme kuvveti, cismin hareketine zıt yönde olacaktır.



Şekil-8: Bir cisme hareket halinde iken etki eden kinetik sürtünme kuvveti büyüklüğü, statik sürtünme kuvvetinin maksimum (en büyük) değerinden küçüktür.

Uygulanan dış kuvvet F , sürtünme kuvvetine eşit oluncaya kadar cisim hareket etmez ve ivme kazanmaz. Bunun nedeni, F kuvveti ile aynı büyüklük ve doğrultuda fakat ters yönde ortaya çıkan bir sürtünme kuvvetinin bloğun hareketini (kaymasını) engellemesidir. Yatay düzlemin temas yüzeyinde etki eden bu sürtünme kuvveti F_s **statik sürtünme kuvvetidir**. Bloğa uygulanan F kuvveti artırılırsa, kayma hareketi başlayıncaya kadar F_s sürtünme kuvvetinin büyüklüğü de artar. Yani, sürtünme kuvveti F_s maksimum değerine ulaşınca kadar F kuvvetini karşılamaya devam eder. Fakat F kuvveti artırılmaya devam edilirse, sürtünme kuvveti artık artmaz ve blok kaymaya başlar. Dolayısıyla, cismi harekete geçirebilmek için uygulanan dış kuvvet F , **maksimum statik sürtünme kuvvetine** eşit olmalıdır (bloğun kayma şartı);

$$(F_s)_{Max} = \mu F_N$$

$$(F_s)_{Max} = (0.40)(98N) = 39N$$

Bu nedenle, cisme yatay $F = 10N$ büyüklüğünde bir dış kuvvet uygulandığında, cisim yatay düzlem üzerinde hareket etmez ($F < (F_s)_{Max}$). Newton' un 2. yasasına göre, zemin tarafından uygulanan sürtünme kuvveti (F_s);

$$\Sigma F_x = F - F_s = 0$$

$$10N - F_s = 0$$

$$F_s = 10N$$

bulunur. Burada şu noktalara dikkat edilmelidir;

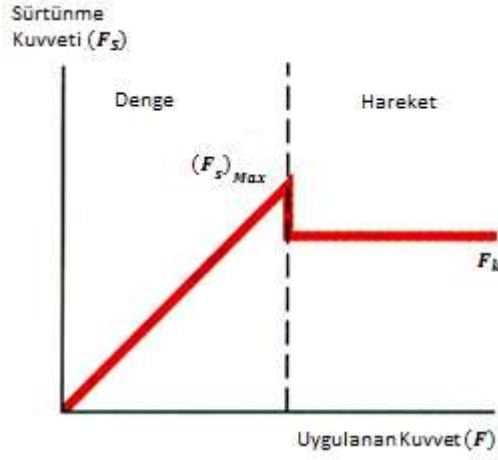
- Bu sürtünme kuvveti, cisme uygulanan $F = 10N$ kuvveti dengeleyen bir kuvvet olarak ortaya çıkar.
- Cisme $F = 10N$ kuvvet uygularsak statik sürtünme kuvveti $F_s = 10N$, $F = 20N$ kuvvet uygularsak $F_s = 20N$ olur.
- Uygulanan dış kuvveti $F = 38N$ değerine çıkarmak, bu cismi harekete geçirmek için yeterli değildir. Bu durumda, sürtünme kuvveti de $F_s = 38N$ değerine yükselerek cismi dengede (hareketsiz) tutmaya devam edecektir.
- Blok hareket etmeye başladığı durumdaki sürtünme kuvveti, kinetik sürtünme kuvveti adını alır (statik değil!).

Şekil-(8)'de verilen grafikte görüldüğü gibi, uygulanan F -kuvveti arttıkça F_s sürtünme kuvvetinin arttığı ve bir $(F_s)_{Max}$ değerine ulaştığı görülür. Cisim üzerine etki eden sürtünme kuvveti F_s , uygulanan kuvvetle maksimum değere ulaşınca kadar arttığından cisim (blok) henüz hareket etmez. Eğer $F > (F_s)_{Max}$ olursa blok harekete başlar ve blok hareket eder etmez F_s , $(F_s)_{Max}$ değerinden daha küçük bir " F_k " değerine düşer. Sonrasında, blok artan bir hızla hareketine (kaymaya) devam eder ancak **kinetik sürtünme kuvveti** F_k sabit kalır. Bu nedenle, uygulanan kuvvet biraz daha artırılarak belirli bir değere getirilirse cisim hareket etmeye başlar, yani $m = 10kg$ kütleli cisim $(F_s)_{Max} = 39N$ sonrası harekete geçer.

Cisme $F = 40N$ dış kuvvet uygulandığında, bu kuvvet maksimum statik sürtünme kuvvetinden büyük olacağından cisim yatay düzlemde hareket etmeye başlar. Sürtünme kuvveti, cisim harekete geçtikten sonra azalır ve sabit kalır. Hareket halinde iken $m = 10kg$ kütleli cisme statik sürtünme kuvveti yerine kinetik sürtünme kuvveti etki edecektir. Cisme etki eden **kinetik sürtünme** kuvveti;

$$F_k = \mu F_N = (0.30)(98N) = 29N$$

şeklinde hesaplanır.



Hareket durumunda cisme etki eden kinetik sürtünme kuvvetinin büyüklüğü, maksimum statik sürtünme kuvvetinin değerinden küçük olur ve alacağı sabit değer $F_k = 29N$ olacaktır. Şimdi, harekete geçtikten sonra cismin üzerine etki eden net (yatay) kuvvet;

$$\Sigma F = 40N - 29N = 11N$$

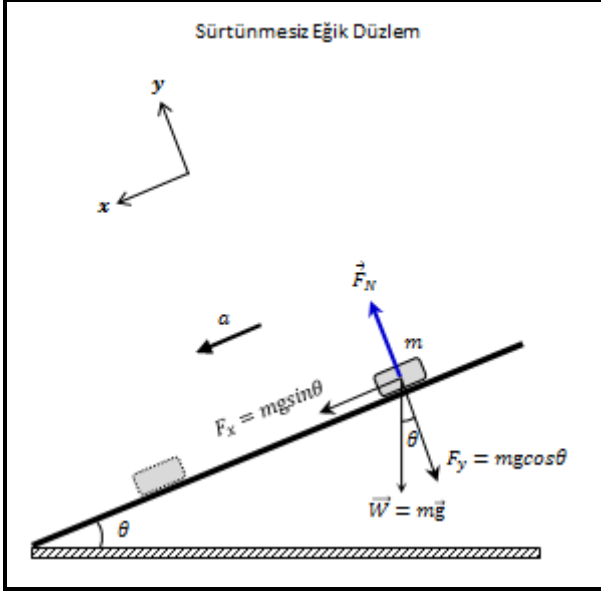
bulunur.

Sürtünmeli yatay düzlemde hareket eden m kütleli bu cismin ivmesi, Newton'un ikinci hareket yasasına göre hesaplanır. Cisim $F = 40N$ dış kuvvetin etkisi altında kaldığında;

$$a_x = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{11N}{10kg} = 1.1m/s^2$$

olarak yatay düzlemde ivmelenir.

4. Sürtünmesiz Eğik Düzlemde Hareket



Şekil-9: Sürtünmesiz eğik düzlemde bulunan m -kütleli bir cismin hareketi. Cismin hareket yönü pozitif x -ekseni olarak alınır.

Şekil-(9)'da gösterildiği gibi, yatayla " θ " açısı yapan sürtünmesiz bir eğik düzlem üzerinde bulunan cisme etki eden kuvvetler, cismin " W " ağırlığı ve cisme düzlemin uyguladığı " F_N " normal kuvvettir. Eğim açısı " θ " olan sürtünmesiz eğik düzlemde hareket eden m kütleli cismin ivmesi, Newton'un ikinci hareket yasasına göre hesaplanır;

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad (27)$$

Burada, a ; cismin ivmesi, m ; kütlesi $\Sigma \vec{F}$; cisme etki eden net kuvvettir. Newton'un 2.yasasına göre bir cismin ivmesi ($\vec{a}$), bu cisme etki eden bileşke kuvvet (net kuvvet, $\Sigma \vec{F}$) ile doğru orantılı, kütlesi (m) ile ters orantılıdır. Eğik düzlemde, m -kütleli cismi aşağı doğru hareket ettiren kuvvet cismin $\vec{W} = m\vec{g}$ ağırlığının eğik düzleme paralel bileşeni olan;

$$F_x = mgsin\theta \quad (\text{Kuvvetin } x\text{-bileşeni}) \quad (28)$$

kuvvetidir.

Cisim bu F_x kuvvetinin etkisi ile düzlem boyunca aşağıya doğru hareket eder. Bundan dolayı, düzleme paralel yöndeki (x -yönündeki) hareket bağıntısı;

$$F_x = ma_x \quad (29)$$

$$mgsin\theta = ma \quad (30)$$

$$a = gsin\theta \quad (\text{BEKLENEN}) \quad (31)$$

eşitliği ile ifade edilir. Newton'un 2.kanununu kullanarak eğik düzlem üzerindeki hareketin BEKLENEN ivmesi (teorik ivme değeri), g yerçekimi ivmesi olmak üzere Eşitlik-(31)'de verilen bağıntı tarafından bulunur. Görüldüğü gibi, eğik düzlemde ivme kütleye bağlı değildir ve hareketin ivmesi (a) her zaman g yerçekimi ivmesinden küçük olmaktadır ($\theta = 90^\circ$ koşulunda $sin\theta = 1$ ve $a = g$). Hareketin ivmesi zamana bağlı olarak değişmez (sabittir). Sürtünmesiz eğik düzlemde cismin sabit ivmeli bu hareketinde hız ise düzgün olarak değişir, yani zamana göre düzgün olarak artar. Eğik düzlemde sabit a ivmesi ile hareket eden cismin hareket denklemleri;

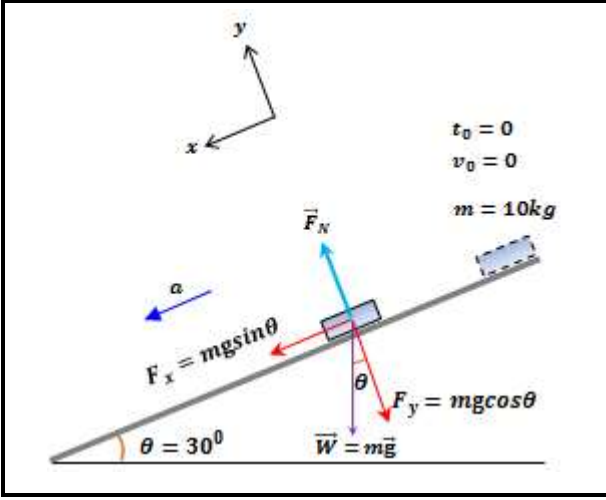
$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad (32)$$

şeklinde. Cismin ilk hızı ve ilk konumu sıfır kabul edilirse, hareketin ivmesi (a);

$$x = \frac{1}{2}at^2 \quad (33)$$

$$a = \frac{2x}{t^2} \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (34)$$

olacaktır. Eşitlik-(34) tarafından hesaplanan ivme değeri (a), DENEYSEL ivmeyi verir. Böylece, bulunan deneysel ivme değeri ile BEKLENEN (teorik) ivme değeri karşılaştırarak hata hesabı yapılabilir.



Şekil-10: Sürtünmesiz eğik düzlem üzerinde m -kütleli bir cismin ağırlığı ve bileşenlerine ayrılması.

Örnek olarak, Şekil-(10)'da görülen sürtünmesiz, θ eğim açılı bir eğik düzlem üzerine m kütleli bir blok (cisim) konulmuştur.

- (a) Yüzeyinin m -kütleli cisme uyguladığı $\vec{F}_N$ tepki kuvvetinin (normal kuvvetin) büyüklüğü,
- (b) Eğik düzlem üzerinde ilk hızsız serbest bırakılan cismin x -yönündeki ivme bağıntısı ve,
- (c) Kütle $m = 10\text{ kg}$ ve eğim açısı $\theta = 30^\circ$ için normal kuvveti ve hareketin ivmesi bulunabilir.

Sürtünmesiz eğik düzlemde hareketleri incelemek için öncelikli olarak m -kütleli cismin hareket yönü, pozitif x -ekseni olarak alınır. Cismin ağırlık kuvveti $\vec{W} = m\vec{g}$ bileşenlerine ayrılırsa eğik düzleme paralel ve dik bileşenler için bağıntılar şu şekilde olacaktır;

$$F_x = mgsin\theta$$

$$F_y = mgcos\theta$$

- (a) Cisim düzleme dik yönde (y -yönünde) hareket etmediği için cismin bu yöndeki ivmesi sıfır olacaktır ($a_y = 0$). Newton'un 2. yasasına göre;

$$F_y = ma_y$$

$$F_N - mgcos\theta = 0$$

Buna göre normal kuvvet, F_N aşağıda verildiği şekilde bulunur:

$$F_N = mgcos\theta$$

- (b) Cismi düzlem boyunca aşağı doğru hareket ettiren kuvvet, düzleme paralel yöndeki F_x kuvvetidir (ağırlık kuvvetinin x -bileşeni). Newton'un 2.yasasına göre hareketin ivmesi ($\vec{a}$);

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

$$F_x = ma_x$$

$$mgsin\theta = ma$$

$$a = gsin\theta$$

olarak hesaplanır.

- (c) Eğer, $\theta = 30^\circ$ ise, normal kuvvet ve hareketin ivmesi;

$$cos\theta = 0.866 \text{ ve,}$$

$$sin\theta = 0.5$$

$$F_N = mgcos\theta = (10\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(0.866)$$

$$F_N = 85\text{ N}$$

Cismin ivmesi ise;

$$a = gsin\theta$$

$$a = (9.80\text{ m/s}^2)(0.5)$$

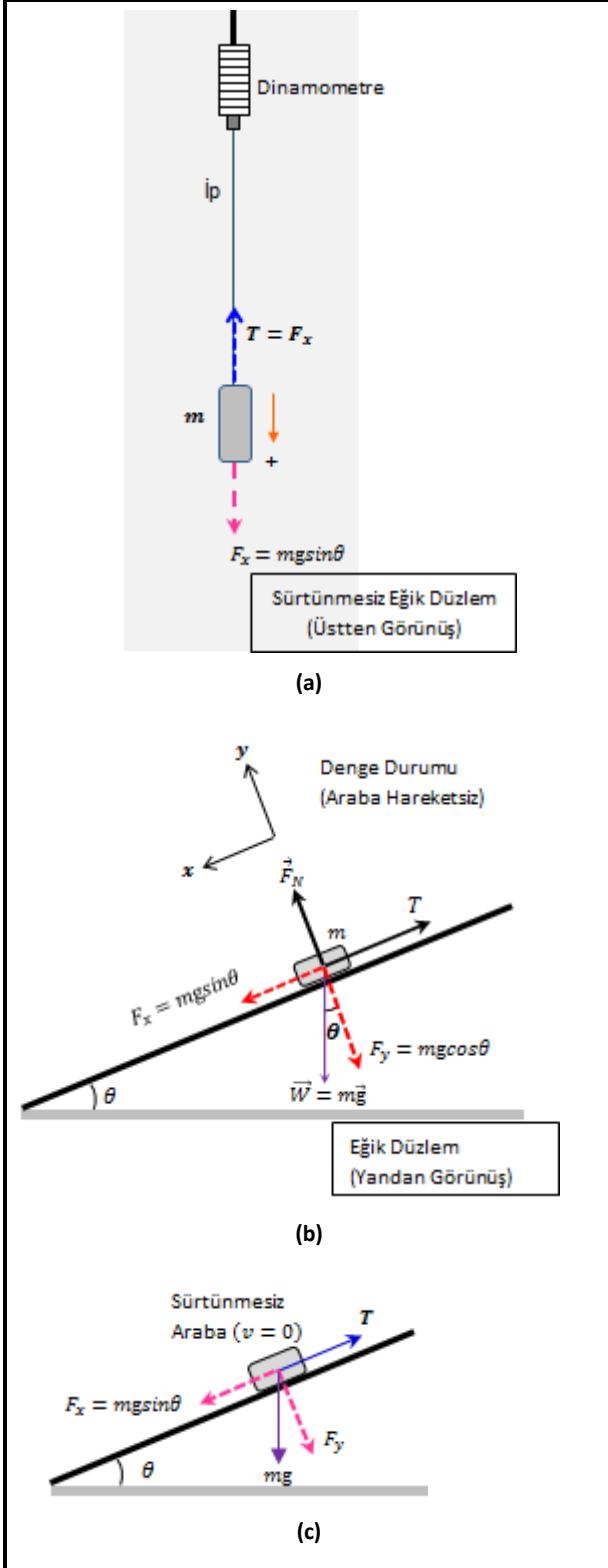
$$a = 4.9\text{ m/s}^2$$

olarak bulunur.

5. Yerçekimi İvmesinin Belirlenmesi



Bir cismin üzerine etki eden net kuvvet (ΣF_x) sıfırsa; o cisim dengededir. Yani x -yönündeki kuvvetlerin toplamı ve y -yönündeki kuvvetlerin toplamı sıfır olmalıdır.



Şekil-11: Sürtünmesiz bir eğik düzlem kullanarak yerçekimi ivmesinin belirlenmesi (a), denge durumunda cisme etki eden kuvvetler (b) ve eğik düzleme paralel kuvvetler (c).

Sürtünmesiz eğik düzlem üzerinde bir ipin ucuna bağlanarak serbest bırakılan m -kütleli bir cismin denge durumunda, bu cisme iki kuvvet etki eder. Bunlar " T " gerilme kuvveti ve ağırlık bileşeni olan " $mgsin\theta$ " kuvvetidir. Şekil-(11a)'da sürtünmesiz eğik düzlemde dinamometreye (veya, kuvvet sensörüne) ağırlıksız bir ip yardımıyla bağlı m -kütleli araba (cisim) gösterilmektedir (üstten görünüş). Araba üzerine etki eden kuvvetler ise Şekil-(11b)'de verilmiştir. Arabaya bağlı ve eğik düzleme paralel konumunda bulunan ipteki gerilme kuvveti (T -kuvveti), her zaman arabayı çekecek yöndedir (Şekil-11c). Bir cismin dengede olabilmesi için dış kuvvetlerin bileşkesi sıfır olmalıdır. Denge durumunda, arabaya bağlı ipteki gerilme kuvveti (T) düzleme paralel yöndeki kuvvete (ağırlığın eğik düzleme paralel bileşenine) eşit olur;

$$\Sigma F_x = mgsin\theta - T = ma_x = 0 \quad (\text{Net Kuvvet}) \quad (35)$$

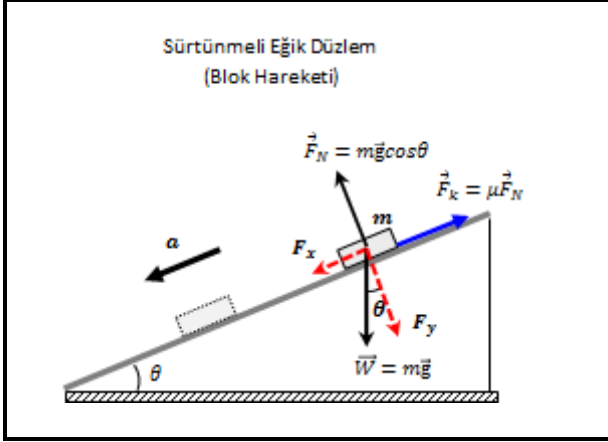
$$T = mgsin\theta \quad (\text{Gerilme Kuvveti}) \quad (36)$$

Bu bağıntıdan görüldüğü gibi, ip boyunca yukarı yönde oluşan gerilme kuvvetini (T) kuvvet sensörü yardımıyla ölçersek, yer çekimi ivmesini (g) DENEYSEL olarak bulabiliriz. Eğer, farklı eğim açısı (θ) değerleri için ipteki gerilme kuvveti (T) ölçülür ve bulunan verilerden " $T - sin\theta$ " grafiği çizilirse, eğimi;

$$Eğim = mg \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (37)$$

olan ve orijinden geçen bir düz doğru bulunur. Bu doğrunun eğimi, kütle (m) ile yerçekimi ivmesinin (g) çarpımına eşit olacaktır. Böylece, cismin kütesinin bilinmesi durumunda, yerçekimi ivmesini (g) deneysel olarak bulabiliriz.

6. Sürtünmeli Eğik Düzlemde Hareket



Şekil-12: Sürtünmeli eğik düzlem üzerinde m -kütleli bir cismin (bloğun) kayma hareketi. F_x -kuvveti etkisiyle blok aşağı yönde kaymaktadır. Düzlem boyunca hareketli bloğa etki eden kinetik sürtünme kuvveti (F_k), daima blok hareketinin zıt yönündedir.

Eğik düzlem, birbiriyle temas halinde olan iki yüzey arasındaki sürtünme kuvvetini bulmak için kullanılan yöntemlerden biridir. Şekil-(12)'de sürtünmeli eğik düzlem üzerinde m kütleli bir cismin hareketi gösterilmiştir. Eğik düzlemde cisme ağırlığından dolayı etki eden $\vec{W} = m\vec{g}$ kuvveti, eğim açısı θ nedeni ile iki bileşene ayrılır. Cismin ağırlığının F_x ve F_y bileşenleri incelendiğinde, sürtünmeli eğik düzlem üzerindeki hareket F_x bileşeni tarafından gerçekleştirilir;

$$F_x = mg\sin\theta \quad (\text{Kuvvetin } x\text{-bileşeni}) \quad (38)$$

Cismin $+x$ eksenine doğrultusunda kayabilmesi için, cismin ağırlığının x bileşeninin sürtünme kuvvetinden büyük olması gerekmektedir. Yani hareket şartı; $mg\sin\theta > (F_s)_{\max}$ ile verilir. Burada, $(F_s)_{\max} = \mu F_N$ 'dir. Bununla beraber, bu harekete etki eden sürtünme kuvvetinin büyüklüğünü ise F_y belirler;

$$F_y = mg\cos\theta \quad (\text{Kuvvetin } y\text{-bileşeni}) \quad (39)$$

Cismin $W = mg$ ağırlığının düzleme paralel bileşeni " $mg\sin\theta$ " cismi eğik düzlem boyunca aşağı doğru kaydırmaya çalışır. Düzleme dik bileşen " $mg\cos\theta$ " ise bloğu düzleme doğru bastırmaya çalışır, düzlem ise buna F_N tepki kuvveti ile karşılık verir. Hareket başlayınca, iki yüzey arasındaki sürtünmeden dolayı da hareket doğrultusuna zıt yönde kinetik sürtünme kuvveti (F_k) ortaya çıkar. Sürtünme kuvvetine neden olan F_y kuvvetine eşit, fakat zıt yönlü olan $\vec{F}_N$ kuvvetine, yüzeyin normal kuvveti (normal force) denir. Cismin $W = mg$ ağırlığının düşey bileşeni olan $F_y = mg\cos\theta$ kuvveti sadece cismi yüzeye doğru ittiği için harekete bir etkisi yoktur. Cisme etki eden her kuvvete karşı aynı büyüklükte ve zıt yönlü bir tepki kuvveti oluşur. F_N kuvveti, bu F_y kuvvetini dengeleyen bir tepki kuvveti olarak ortaya çıkar. Cisim düzleme dik yönde hareket etmediğinden cismin bu yöndeki ivmesi sıfırdır ($a_y = 0$). Bu nedenle, sisteme y -yönünde etki eden net kuvvet;

$$\Sigma F_y = F_N - mg\cos\theta = ma_y = 0 \quad (\text{Net Kuvvet}) \quad (40)$$

bağıntısıyla verilir. Eğik düzlemin temas yüzeyinin, m kütleli cisme uyguladığı F_N tepki kuvvetinin büyüklüğü F_y kuvvetine eşit olacağından;

$$F_N = mg\cos\theta \quad (\text{Normal Kuvvet}) \quad (41)$$

eşitliği yazılır. Eşitlik-(41)'de verilen bağıntıdan, harekete başladıktan sonraki cisme etki eden kinetik (kayma) sürtünme kuvveti (F_k);

$$F_k = \mu F_N \quad (\text{Kinetik Sürtünme Kuvveti}) \quad (42)$$

$$F_k = \mu mg\cos\theta \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (43)$$

olarak bulunur. Burada, μ ; kinetik (kayma) sürtünme katsayısıdır. Sürtünme kuvvetinin yönü, m -kütleli cismin eğik düzlemde aşağı veya yukarı yönlü hareketine bağlı olarak, bu hareket doğrultusuna zıt yönde olur. Sürtünme kuvveti; normal kuvvete ve malzemelerin yüzey özelliklerine bağlıdır.

Eğik düzlem temas yüzeyinin cisme uyguladığı $\vec{F}_N$ tepki kuvvetinin büyüklüğü F_y bileşenine eşit olacağından, cismi harekete geçiren net kuvvet, x -yönünde sisteme etki eden kuvvetler tarafından belirlenir. Dolayısıyla, m -kütlesine etki eden bileşke kuvvet (cismi harekete geçiren net kuvvet) için şu eşitliği yazabiliriz:

$$\Sigma F_x = mgsin\theta - F_k = ma_x \quad (\text{Net kuvvet}) \quad (44)$$

$$\Sigma F_x = mgsin\theta - \mu F_N = ma_x \quad (45)$$

$$\Sigma F_x = mgsin\theta - \mu mgcos\theta = ma_x \quad (46)$$

Burada;

- ΣF_x : Bloğu (kayan cismi), Şekil-(12)'de verilen koordinat sistemine göre aşağı yönde harekete geçiren net kuvvet,
 m : Cismin kütlesi
 g : Yerçekimi ivmesinin büyüklüğü ($g=9.80m/s^2$),
 μ : Kinetik (kayma) sürtünme katsayısı,
 θ : Eğim açısıdır.

Cisim, net kuvvetin doğrultusunda ve yönünde hareket eder. Cisme uygulanan kuvvet ve sürtünme kuvveti daima zıt yönlüdür ve bu nedenle net kuvvet; uygulanan kuvvet ile sürtünme kuvvetinin farkına eşittir. Sürtünmeli eğik düzlemde m -kütlesi aşağı doğru ivmelendiği için kinetik sürtünme kuvveti (F_k), m -kütlesinin ağırlığının $F_x = mgsin\theta$ bileşeninden daha küçüktür. Eşitlik-(46)'daki bağıntının cisme etki eden net $F = ma$ kuvvetine eşitlenmesiyle (hareket yönü pozitif x -ekseni olarak alınır; $a_x = a$), cismin sürtünmeli eğik düzlemdeki kayma ivmesi (a) için;

$$mgsin\theta - \mu mgcos\theta = ma \quad (47)$$

$$a = gsin\theta - \mu gcos\theta \quad (48)$$

bağıntısı geçerli olur. Eğik düzlemde sürtünmeli hareket incelendiğinde cisim, HAREKET HALİNDE ise;

$$a = g(sin\theta - \mu cos\theta) \quad (\text{Hareketin İvmesi}) \quad (49)$$

ivmesi ile hareket edecektir.

Eşitlik-(49)'da verilen bağıntı KİNETİK sürtünme katsayısı (μ) için çözülürse;

$$a = g(sin\theta - \mu cos\theta) \quad (50)$$

$$a = gsin\theta - \mu gcos\theta \quad (51)$$

$$\mu gcos\theta = gsin\theta - a \quad (52)$$

$$\mu = \frac{(gsin\theta - a)}{gcos\theta} \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (53)$$

eşitliği yazılır.

Eşitlik-(53)'de bilinmeyen olan hareketin ivmesi (a) "DENEYSEL" olarak belirlenir. Eğik düzlem boyunca düzgün değişken hızlı bir harekette ilk hız ve ilk konum sıfır ise hareketin ivmesinin "DENEYSEL" değeri (a);

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad (54)$$

$$x = 0 + 0 + \frac{1}{2}at^2 \quad (55)$$

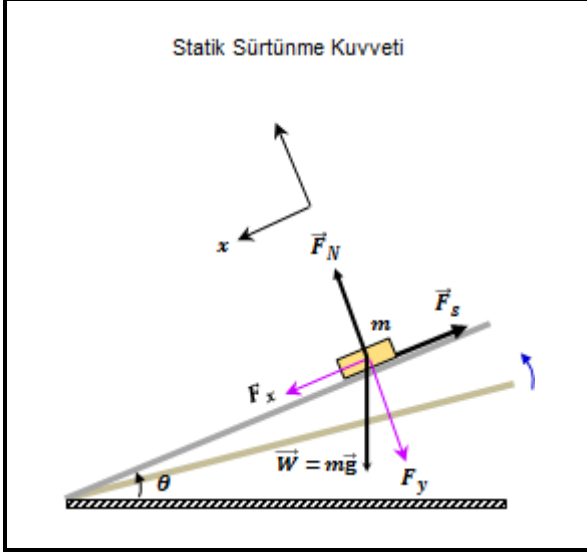
$$x = \frac{1}{2}at^2 \quad (56)$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 \quad (57)$$

$$a = \frac{2x}{t^2} \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (58)$$

eşitliği ile bulunur. Burada, t ; cismin x yer değiştirmesi için geçen zamandır ve ZAMANLAYICI tarafından deneysel olarak ölçülür. Özet olarak, sürtünmeli eğik düzlem üzerindeki bir cisim için hareket etme şartı, eğik düzlemin eğim açısına dolayısıyla sürtünen yüzeyler arasındaki statik sürtünme katsayısının büyüklüğüne bağlıdır ($F_x > \mu F_N$). Eğer cisim eğik düzlem üzerinde hareketsiz duruyorsa, eğim açısı veya sürtünen yüzeylerin cinsi değiştirilmediği sürece cisim mevcut durumunda kalmaya devam edecektir.

6.1. Statik Sürtünme Katsayısının Belirlenmesi



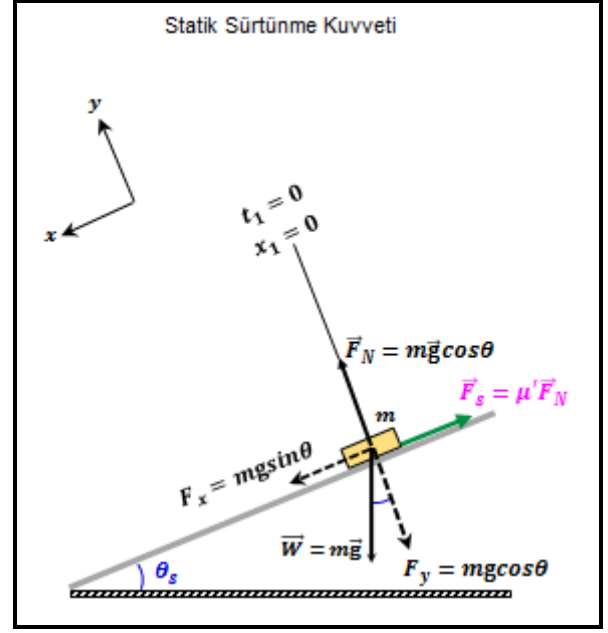
Şekil-13: Eğik düzlemde kayma anında dengede duran bir kütlenin üzerine etki eden kuvvetlerin gösterimi.

Şekil-(13)'de gösterildiği gibi eğim açısı θ olan bir eğik düzlemde bu düzlem üzerine bırakılan cismin, θ açısının belli bir değerine kadar dengede kaldığı gözlemlenir. Sürtünmeli eğik düzlemde kayma anında dengede duran m -kütleli cismin üzerine x -yönünde (eğik düzlem boyunca) iki kuvvet etki eder. Bu kuvvetlerden birisi kütle ağırlığının düzleme paralel bileşeni (F_x), diğeri ise cismin aşağı doğru kaymasını engelleyen ve yönü yukarı doğru olan statik sürtünme kuvvetidir (F_s);

- Kütlenin ağırlığının düzleme paralel olan bileşeni (F_x),
- Kütlenin aşağı doğru kaymasını engelleyen ve yönü yukarı doğru olan sürtünme kuvveti (F_s).

Ayrıca aynı m -kütlesi üzerinde eğik düzleme dik doğrultuda (y -yönünde) iki kuvvet daha vardır. Bunlar;

- Kütlenin ağırlığının ($W = mg$) düzleme dik olan bileşeni (F_y),
- Diğeri ise düzlemin kütleye uyguladığı tepki kuvveti (F_N).



Şekil-14: Cismen hareket sınırına ulaşınca kadar eğim açısının artırılması. Hareket sınırında ölçülen açı sınır açısını (θ_s) verir.

Cismin eğik düzlemde kayma başlangıcındaki yani kayma öncesi denge durumu incelenerek kütle ile eğik düzlem arasındaki statik sürtünme katsayısı (μ') deneysel olarak bulunabilir. Statik sürtünme katsayısını (μ') deneysel olarak belirlemek için eğik düzlemin eğim açısı, m -kütleli cisim hareket sınırına ulaşınca kadar yavaş bir şekilde artırılır (Şekil-13). Hareket sınırında yani cismin tam harekete başladığı andaki eğik düzlemin eğim açısı (**sınır açısı**) ölçülür. Bu ölçülen sınır açısı ($\theta = \theta_s$) değerinden statik sürtünme katsayısı hesaplanır (Şekil-14). Sürtünmeli eğik düzlemde net kuvvetin sıfıra eşit olması durumunda ($\Sigma F_x = 0$), sınır açısı yani cismin sürtünmeli eğik düzlemde tam kaymaya başladığı andaki açı (θ_s) için;

$$\Sigma F_x = mg \sin \theta_s - \mu' mg \cos \theta_s = ma_x = 0 \quad (59)$$

bağıntısı yazılır. Buradan;

$$F_x = F_s \quad (60)$$

$$mg \sin \theta_s = \mu' mg \cos \theta_s \quad (61)$$

$$\sin \theta_s = \mu' \cos \theta_s \quad (62)$$

eşitliği bulunur.



Eğik düzlem, iki yüzey arasındaki statik ve kinetik sürtünme katsayılarını bulmak için kullanılan yöntemlerden biridir. Eğik düzlem üzerinde katı bir cismin harekete başladığı konumda eğik düzlemin yatayla yaptığı açının tanjantı, **statik** sürtünme katsayısını verir. **Kinetik** sürtünme katsayısını belirlemek için ise eğik düzlemde bir cismin ivmeli hareketi incelenir.

Bu eşitlikten, iki malzeme (eğik düzlem ve kayan cisim) arasındaki statik sürtünme katsayısı (μ');

$$\mu' = \tan\theta_s \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (63)$$

olarak hesaplanır.

Bloğun kaymaya başlamadan hemen önceki açı değeri (kritik θ_s açısı) için hesaplanan statik sürtünme katsayısı (μ') **Eşitlik-(63)** tarafından verilir. Statik sürtünme katsayısının bulunması durumunda, birbirine temas eden iki yüzey arasındaki statik sürtünme kuvvetinin büyüklüğü (F_s);

$$F_s = \mu' mg \cos\theta \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (64)$$

bağıntısı kullanılarak belirlenir.

Sürtünmeli eğik düzlemde harekette;

1. Cismin eğik düzlemde hareket etmesi için $F_x > F_s$ koşulu sağlanmalıdır. Uygulanan kuvvet, sürtünme kuvvetinden büyükse cisim düzgün hızlanan doğrusal hareket yapar;

$$F_x > F_s \quad (\text{Net Kuvvet}, \Sigma F_x > 0)$$

2. Uygulanan kuvvet sürtünme kuvvetinden küçükse cisim harekete geçmez;

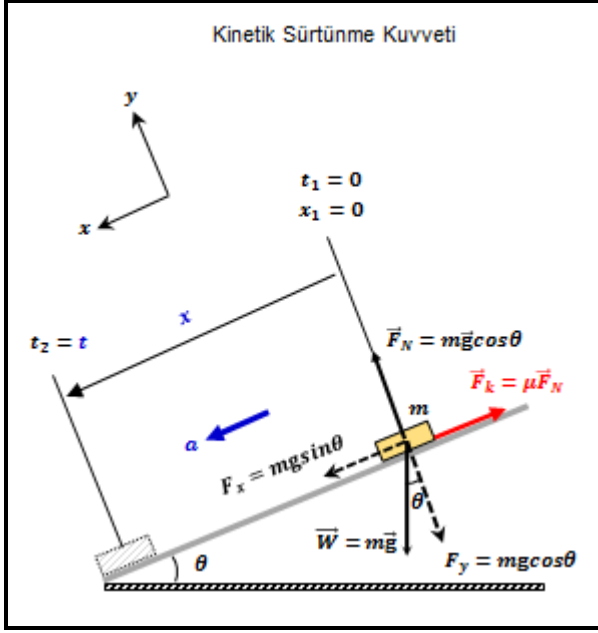
$$F_x < F_s \quad (\text{Net Kuvvet}, \Sigma F_x < 0)$$

3. Cisme uygulanan kuvvet, sürtünme kuvvetine eşitse cisim dengededir (yani cisim başlangıçta duruyorsa durmaya devam eder, hareket halinde ise düzgün doğrusal hareket yapmaya devam eder). Eğik düzlemde tam kayma anında dengede duran bir kütle için aşağıda verilen koşul yazılır;

$$F_x = F_s \quad (\text{Net Kuvvet}, \Sigma F_x = 0)$$

Cismin tam harekete başlama anında statik sürtünme kuvveti maksimum değerindedir. Cisim harekete başladıktan sonra sürtünme kuvvetinin değeri bir miktar düşer ve sonrasında sabit bir değerde kalır. Cismin hareketi halinde oluşan bu sürtünme kuvvetine, kinetik sürtünme kuvveti denir.

6.2. Kinetik Sürtünme Katsayısının Belirlenmesi



Şekil-15: Sürtümlü eğik düzlemde kayma hareketi ve cisme etki eden kuvvetler.

Kinetik sürtünme katsayısını (μ) deneysel olarak belirlemek için eğik düzlemde bir cismin ivmeli hareketi incelenir. Bu nedenle eğik düzlemin eğim açısı (θ), sınır açısı (θ_s) değerinden yüksek bir değere ayarlanarak ($\theta > \theta_s$) cismin sabit ivmeli hareket yapması sağlanır. Şekil-(15)'de, eğim açısı θ olan eğik düzlem üzerinde ($\theta > \theta_s$) ilk hızsız hareketine başlayan ve eğik düzlem boyunca aşağıya doğru kayma hareketi yapan bir cisim gösterilmiştir. Eğik düzlemde hareket eden bir cismin belirli bir zaman aralığında yer değiştirmesi (x), bu cismin son ve ilk konumları arasındaki fark olarak ifade edilir. Deneyde, cismin eğik düzlem boyunca belirli bir x yer değiştirme mesafesini ne kadar sürede aldığı ZAMANLAYICI kullanılarak ölçülür. Sonrasında, yer değiştirme (x) ve bu yer değiştirme için geçen zaman (t) kullanılarak, eğik düzlem üzerindeki sürtümlü harekette cismin DENEYSEL ivmesi (a);

$$a = \frac{2x}{t^2} \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (65)$$

bağıntısı kullanılarak belirlenir.



Statik sürtünme kuvveti (F_s), hareketli olmayan iki katı yüzey arasındaki sürtünme kuvveti olup, kinetik sürtünme kuvveti (F_k) ise temas halinde birbirlerine göre hareket eden iki katı yüzey arasında oluşan sürtünme kuvvetidir. Dolayısıyla, bu iki kuvvet birbirleriyle karıştırılmamalıdır.

Sürtümlü eğik düzlemde cisim hareket halinde ise;

$$a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta) \quad (\text{Hareketin ivmesi}) \quad (66)$$

ivmesi ile hareket eder.

Buradan, kinetik sürtünme katsayısının değeri (μ);

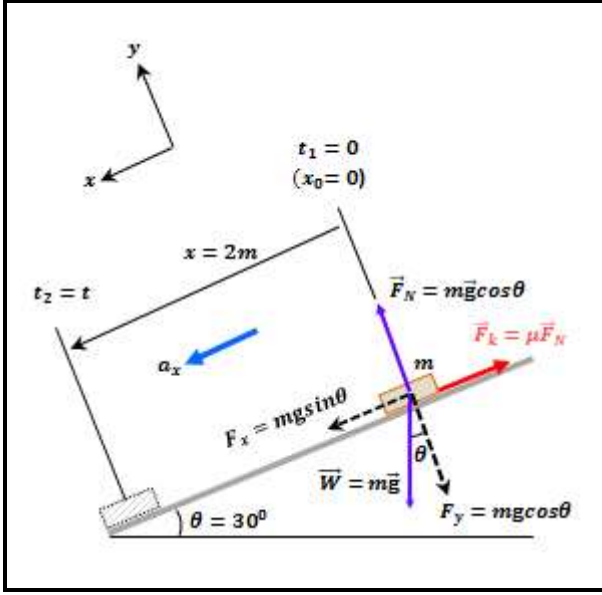
$$\mu = \frac{(g\sin\theta - a)}{g\cos\theta} \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (67)$$

olacaktır. Burada, a ; hareketin ivmesi olup deneysel olarak belirlenir ($a = 2x/t^2$).

Sürtümlü harekete, hareketin ivmesi (a) aynı zamanda farklı yer değiştirme (x) mesafelerine karşılık ölçülen zaman (t) değerleri kullanılarak hazırlanan $x - t^2$ grafiğinden DENEYSEL olarak bulunabilir. Bu grafikte, doğrunun eğiminin " $\frac{1}{2}a$ " olduğuna dikkat edilmelidir. Eğimden bulunan bu ivme değeri, Eşitlik-(67)'de kullanılarak kinetik sürtünme katsayısı (μ) benzer şekilde hesaplanabilir. Eşitlik-(67)'de ifade edilen kinetik sürtünme katsayısının (μ) belirlenmesi durumunda, hareket eden cisme etki eden kinetik sürtünme kuvveti (F_k) ise;

$$F_k = \mu mg \cos\theta \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (68)$$

olarak bulunur.



Şekil-16: Sürtünlü eğik düzlem ve kuvvetlerin gösterimi.

Şekil-(16)'da verilen bir eğik düzlemde (eğim açısı $\theta = 30^\circ$) kütlesi $m = 3\text{ kg}$ olan bir cisim (tahta blok) ilk hızsız olarak serbest bırakılıyor.

- Eğer cisim $t = 1.5\text{ s}$ sonunda $x = 2\text{ m}$ yer değiştiriyorsa cismin kayma ivmesi (a),
- Eğim açısı $\theta = 30^\circ$ olan eğik düzlem üzerinde cismin 2 m yer değiştirdikten (yol aldıktan) sonraki son hızı (v),
- Eğik düzlem ile cisim arasındaki kinetik sürtünme katsayısı (μ) ve,
- Cisim üzerine etki eden kinetik sürtünme kuvveti (F_k) bulunabilir;

Bilinen				Bilinmeyen	
$m(\text{kg})$	$\theta(\text{der})$	$x(\text{m})$	$t(\text{s})$	$a(\text{m/s}^2)$	$v(\text{m/s})$
3	30	2	1.5	?	?

- Cisim ilk hızsız olarak ($v_0 = 0$) harekete başladığı için hareket bağıntısı;

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x = 0 + 0 + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x = \frac{1}{2} a t^2$$

olarak yazılır. Buradan hareketin ivmesi (a);

$$a = \frac{2x}{t^2} = \frac{2(2\text{ m})}{(1.5\text{ s})^2} = \frac{4\text{ m}}{2.25\text{ s}^2} = 1.78\text{ m/s}^2$$

bulunur.

- Cismin $t = 0$ anındaki ilk konumu $x_0 = 0$ alınır, hız bağıntısından;

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ax = 0 + 2(1.78\text{ m/s}^2)(2\text{ m})$$

$$v^2 = 7.12 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$v = 2.67\text{ m/s}$$

hesaplanır. Bu, " θ " eğim açılı eğik düzlem üzerine bırakılan bloğun $x = 2\text{ m}$ kadar yol aldıktan sonraki son hızıdır.

- Şekil-(16)'da verilen koordinat sistemine göre cismi harekete geçiren net kuvvet (ΣF_x), x -yönünde sisteme etki eden kuvvetler tarafından belirlenir;

Bilinen				Bilinmeyen	
$\theta(\text{der})$	$x(\text{m})$	$t(\text{s})$	$a(\text{m/s}^2)$	μ	$F_k(\text{N})$
30	2	1.5	1.78	?	?

$$\Sigma F_x = mg\sin\theta - F_k = ma_x$$

Buradan, $F_k = mg\sin\theta - ma$ eşitliği yazılır.

Cisim için eğik düzlem yüzeyine dik doğrultudaki (y -doğrultusundaki) kuvvet dengesi, yani y -yönünde etki eden net kuvvet;

$$\Sigma F_y = F_N - mg \cos \theta = ma_y = 0$$

olacaktır. Çünkü y -yönünde cismin herhangi bir hareketi yoktur ($a_y = 0$). Bu bağıntıdan; $F_N = mg \cos \theta$ eşitliği yazılır.

Şimdi, kinetik sürtünme katsayısı (μ) aşağıda verildiği şekilde hesaplanır;

$$F_k = \mu F_N$$

$$\mu = \frac{F_k}{F_N} = \frac{(mg \sin \theta - ma)}{(mg \cos \theta)}$$

$$\mu = \frac{(g \sin \theta - a)}{(g \cos \theta)}$$

$$\mu = \frac{(9.8 \text{ m/s}^2)(\sin 30^\circ) - (1.78 \text{ m/s}^2)}{(9.8 \text{ m/s}^2)(\cos 30^\circ)}$$

$$\mu = \frac{4.90 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 1.78 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{8.487 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{3.12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{8.487 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$\mu = 0.368$$

Eşitlik-(66) kullanılarak (eğer sürtünmeli harekete *hareketin ivmesi* ve *eğim açısı* biliniyorsa) benzer şekilde kinetik sürtünme katsayısı, μ doğrudan hesaplanabilir;

$$a = g(\sin \theta - \mu \cos \theta)$$

$$a = g \sin \theta - \mu g \cos \theta$$

$$\mu g \cos \theta = g \sin \theta - a$$

$$\mu = \frac{(g \sin \theta - a)}{g \cos \theta}$$

$$\mu = \frac{(9.8 \text{ m/s}^2)(\sin 30^\circ) - (1.78 \text{ m/s}^2)}{(9.8 \text{ m/s}^2)(\cos 30^\circ)}$$

$$\mu = 0.368$$

d) Kinetik sürtünme katsayısı kullanılarak, cisim üzerine etki eden kinetik sürtünme kuvveti (F_k);

$$F_k = \mu F_N$$

$$F_k = \mu mg \cos \theta$$

$$F_k = (0.368)(3 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(\cos 30^\circ)$$

$$F_k = 9.37 \text{ N}$$

olarak belirlenir.

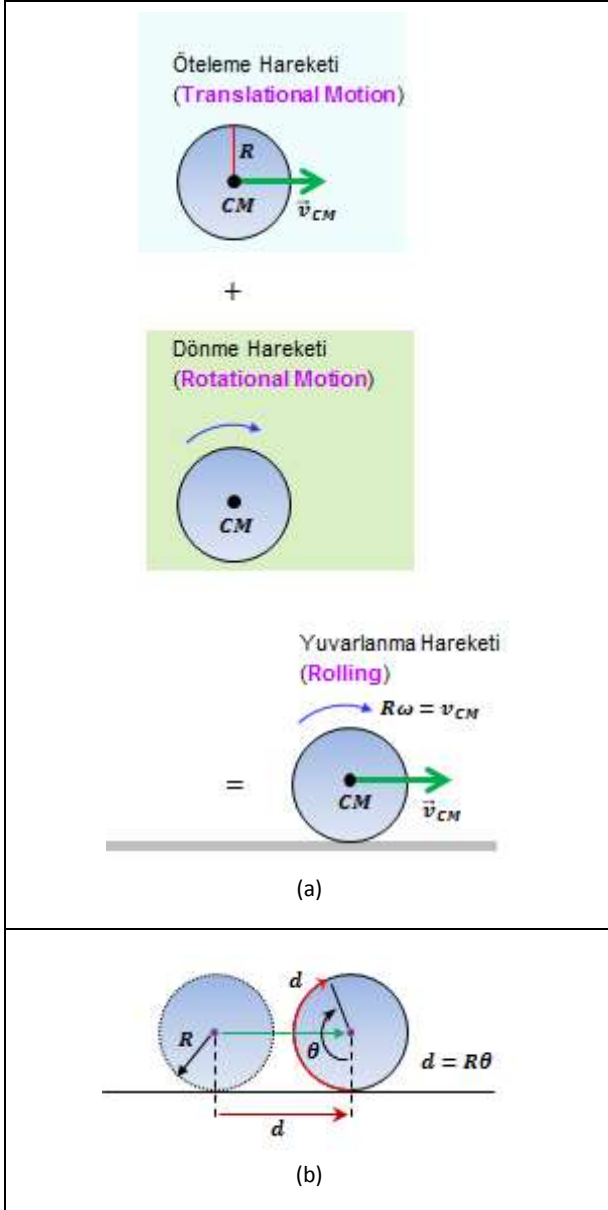
Sonuç olarak, sürtünmeli eğik düzlemde bir cismin hareketi incelendiğinde, maksimum statik sürtünme kuvveti ve kinetik sürtünme kuvveti;

(1) Normal kuvvet ile orantılıdır.

(2) Temas yüzeylerinin tipine bağlıdır.

(3) Temas alanından bağımsızdır.

7. Katı Cismin Yuvarlanma Hareketi



Şekil-17: Hareketli bir eksen etrafında dönen katı bir cisim (a) ve katı cismin yuvarlanma hareketinde kütle merkezinin aldığı yol (b).

Şekil-17a'da gösterildiği gibi katı bir cismin (diskin), kütle merkezi (CM) etrafında ω açısal hızıyla dönerek ilerlediğini kabul edelim. Yatay yüzey üzerinde kaymadan yuvarlanan bu cisim, iki tip kinetik enerjiye sahiptir:

1. Cismin bir eksen etrafında dönme kinetik enerjisi ve,
2. Kütle merkezinin ötelenmesinden kaynaklanan kinetik enerji.

Katı cismin yuvarlanma hareketi dönme ekseninin sabit olmadığı bir harekettir. Cisim, kütle merkezi etrafında ω açısal hızıyla dönerek ilerliyorsa yuvarlanma hareketi yapar. Bu durumda kütle merkezi de yol almış olur. Öteleme kinetik enerjisi, v hızı ile hareket eden m kütlesi için aşağıda verildiği şekilde ifade edilir;

$$K = \frac{1}{2} m v_{CM}^2 \quad (\text{Öteleme Kinetik Enerjisi}) \quad (69)$$

Eşitlik-(69), dönmeden ilerleyen (öteleme hareketi yapan) bir cismin kinetik enerjisini verir. Bir eksen etrafında ω açısal hızı ile dönmekte olan bir diskin (katı cismin) dönme kinetik enerjisi, eylemsizlik momenti (I) cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$K = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 \quad (\text{Dönme Kinetik Enerjisi}) \quad (70)$$

Sadece dönme hareketi yapan bir cismin kinetik enerjisi Eşitlik-(70) tarafından hesaplanır. Cismin dönme kinetik enerjisini hesaplamak için v_{CM} öteleme hızı (kütle merkezinin hızı) ile ω açısal hızı arasındaki;

$$v_{CM} = R\omega \quad (\text{Kütle Merkezinin Hızı}) \quad (71)$$

bağıntısı kullanılır.

Eşitlik-(71), yuvarlanma hareketinde kütle merkezinin doğrusal hızının büyüklüğünü verir ve katı cisim düzgün bir yüzey üzerinde kaymadan yuvarlanma hareketi yaptığı durumlarda geçerlidir. Şekil-(17b)'de kaymadan yuvarlanma hareketi yapan bir diskin (katı cismin) kütle merkezinin aldığı yol gösterilmektedir. Disk θ açısı (radyan açı ölçüsü) kadar dönerken, diskin kütle merkezi (CM);

$$d = R\theta \quad (72)$$

kadar yer değiştirir.

Yani, katı cismin kenarı üzerinde seçilen herhangi bir nokta (bir kütle parçacığı) d kadarlık bir yol alırken, yarıçap R ise θ kadar bir açı tarar. Bu nedenle, dairesel cisim bir tam tur yaptığında ($\theta = 2\pi$) kütle merkezinin aldığı yol (d) aşağıda verildiği gibi olur;

$$d = 2\pi R \quad (73)$$

Örneğin, D ; devir sayısı olmak üzere, diskin 10 kez dönmesi durumunda toplam açı, dolayısıyla açısal yer değiştirme radyan cinsinden, $\theta = 2\pi D$ olacaktır. Birim zamanda yarıçap vektörünün taradığı açı değeri olan açısal hız (ω);

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{Açısal Hız}) \quad (74)$$

eşitliği ile verilir. Açısal hız (ω), birim zamanda yarıçap vektörünün taradığı açı değeridir ve birimi “*radyan/saniye*” (*rad/s*) olarak tanımlanır. Açısal hızın zamanla değişme hızına açısal ivme (α) denir. Açısal ivmenin (α) herhangi bir andaki değeri;

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad (\text{Açısal İvme}) \quad (75)$$

bağıntısıyla ifade edilir. Birimi “*rad/s²*” olarak verilir.

Açısal hızdaki değişme sabit artış veya azalışlarla olması durumunda, bu hareket sabit “açısal ivmeli dönme hareketi” olarak ifade edilir.

Yuvarlanma hareketinin (kütle merkezinin) ivmesi ise (a);

$$a = \frac{dv}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} \quad (76)$$

$$a = R\alpha \quad (\text{İvme}) \quad (77)$$

bağıntısıyla ile bulunur.

Dönme hareketi (rotational motion) ve öteleme hareketini (translational motion) birlikte yapan yani yuvarlanan bir cisim için **toplam kinetik enerji**, cismin kütle merkezinin (CM) öteleme kinetik enerjisi ile kütle merkezi etrafındaki dönme kinetik enerjisinin toplamına eşit olacaktır;

$$K_T = \frac{1}{2}mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 \quad (\text{Toplam Kinetik Enerji}) \quad (78)$$

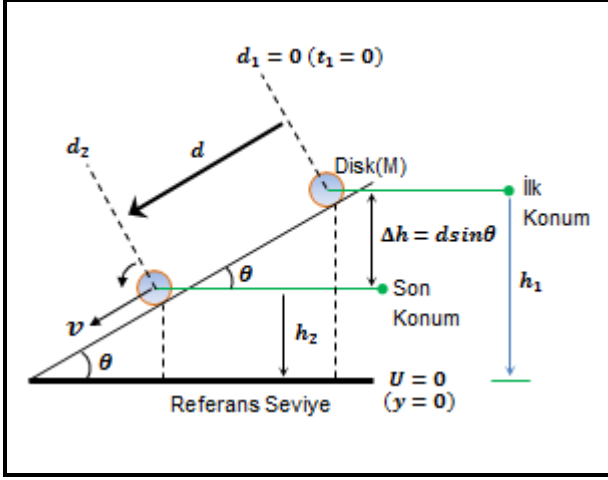
Burada;

- K_T : Yuvarlanan cismin toplam kinetik enerjisi,
- m : Cismin kütlesi,
- v_{CM} : Kütle merkezinin (CM) hızı,
- I_{CM} : Cismin dönme eksen etrafındaki eylemsizlik momenti,
- ω : Yuvarlanma hareketinde cismin açısal hızıdır.

Eşitlik-(78), dönerek ilerleyen (dönme ve öteleme hareketi yapan) bir cismin kinetik enerjisini verir. Kütle merkezinin sadece öteleme hızı vardır. Öteleme hızı (kütle merkezinin hızı) ve açısal hız arasındaki $v_{CM} = R\omega$ bağıntısı “dönme kinetik enerjisini” hesaplamak için kullanılır. Doğrusal ve açısal hareketi tanımlamada kullanılan değişkenler aşağıda verilmiştir:

Doğrusal	Açısal	
$x(m)$	$\theta(rad)$	(Yer Değiştirme)
$v(m/s)$	$\omega(rad/s)$	(Hız)
$a(m/s^2)$	$\alpha(rad/s^2)$	(İvme)

7.1. Yuvarlanma Hareketi Yapan Disk



Şekil-18: Eğik düzlemde diskin yuvarlanma hareketi.

Şekil-(18)'de eğik düzlemde kaymadan yuvarlanma hareketi yapan bir disk gösterilmektedir. Diskin (katı cismin), seçilen bir referans ($U = 0$) seviyeye göre y dikey yükseklikte herhangi bir noktadaki potansiyel enerjisi (U):

$$U = Mgy \quad (\text{Potansiyel Enerji}) \quad (79)$$

tarafından verilir. Disk eğik düzlemin tepesinde $U = Mgh_1$ potansiyel enerjisi ve $K = 0$ kinetik enerjisi ile (ilk hızsız) hareket etmeye başlamaktadır. Cisim eğik düzlem üzerinde herhangi bir t -zamanda $y = \Delta h$ dikey mesafe (yükseklik) kadar yer değiştirirse, bu cismin potansiyel enerjisi:

$$\Delta U = Mg(\Delta h) \quad (80)$$

kadar değişir (azalır). Potansiyel enerjideki bu kayıp, kinetik enerjiye dönüşür. Diskin eğik düzlem doğrultusundaki d yer değiştirmesi ise;

$$\Delta h = h_1 - h_2 = d \sin \theta \quad (81)$$

bağıntısı ile ifade edilir.

Sürtünmenin bulunmadığı veya ihmal edilebilecek kadar küçük olduğu bir sistemde kinetik ve potansiyel enerjilerin toplamına mekanik enerji denir. Sisteme dışardan bir kuvvet etki etmediği sürece toplam mekanik enerji değişmez. Yani sistemin ilk ve son durumlardaki enerjileri toplamı eşittir. Herhangi bir t -zamanda kinetik (K) ve potansiyel (U) enerjilerin toplamı olan mekanik enerji (E);

$$E = K + U \quad (82)$$

eşitliği ile gösterilir.

Bir cismin (veya sistemin) sahip olduğu kinetik ve potansiyel enerjinin toplamı olan mekanik enerji Eşitlik-(82) tarafından ifade edilir. Sürtünmesiz bir sistemde mekanik enerji daima korunur ve bu nedenle cismin herhangi bir andaki kinetik ve potansiyel enerjilerin toplamı daima sabittir, değişmez. Sistemin mekanik enerjisi korunuyor ise ilk ve son mekanik enerji birbirine eşit olacaktır. İlk ve son durumlardaki mekanik enerjiler, sırasıyla E_{ilk} ve E_{son} olarak tanımlanırsa, mekanik enerjinin korunumu;

$$E_{ilk} = E_{son} \quad (\text{Mekanik Enerjinin Korunumu}) \quad (83)$$

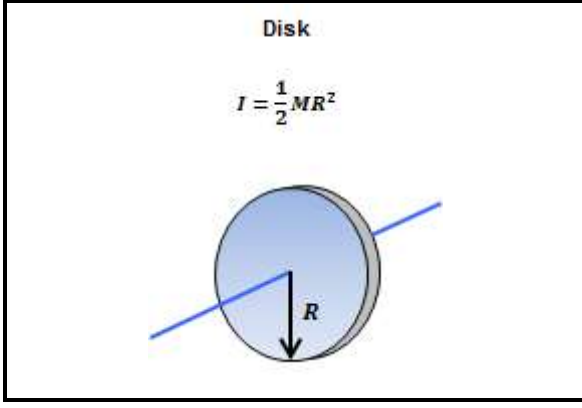
$$K_{ilk} + U_{ilk} = K_{son} + U_{son} \quad (84)$$

ifadesiyle tanımlanır.

Önceden belirtildiği gibi, yuvarlanan diskin (katı cismin) toplam kinetik enerjisi onun kütle merkezinin "öteleme" ve "dönme" kinetik enerjisinin toplamına eşittir. Eğer, diskin kütlesi m ve dönme eksenini etrafındaki eylemsizlik momenti I olarak verilirse, ω açısal hızı ve v öteleme hızı olmak üzere herhangi bir düşey y yükseklikte diskin toplam mekanik enerjisi;

$$\frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + Mgy \quad (85)$$

olarak verilir.



Şekil-19: Merkezden geçen eksene göre M kütleli ve R yarıçaplı katı bir disk için eylemsizlik momenti.

Şekil-(18)'deki eğik düzlem boyunca yuvarlanma hareketi incelendiğinde ilk düşey konum;

- $y = h_1$

ilk hız;

- $v_i = 0$

ilk açısal hız;

- $\omega_i = 0$

olarak ifade edilirse, yuvarlanan diskin son konumunda bu değişkenler;

- $y = h_2$
- $v_s = v$
- $\omega_s = \omega$

olarak verilir.

Enerjinin korunumuna göre, başlangıçtaki potansiyel enerji, öteleme ve dönme enerjilerini kapsayan kinetik enerjiye tamamen dönüşmesi gerekir. Yani sistemin herhangi iki durumdaki (diskin ilk ve son konumdaki) enerjileri toplamı eşit olmalıdır. Bu nedenle, yuvarlanan M -kütleli diskin hareketi için mekanik enerjinin korunumundan;

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad (86)$$

$$0 + 0 + Mgh_1 = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + Mgh_2 \quad (87)$$

$$Mgh_1 - Mgh_2 = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (88)$$

$$Mg(\Delta h) = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (\text{Mekanik Enerjinin Korunumu}) \quad (89)$$

bağıntısı yazılır. Burada;

I : Diskin dönme eksenine göre eylemsizlik momenti,

$Mg(\Delta h)$: Eğik düzlemde yuvarlanma hareketi yapan diskin " d " yer değiştirme mesafesine göre potansiyel enerji değişimi,

olarak tanımlanır ($\Delta h = d \sin \theta$). Eğik düzlemde yuvarlanan R yarıçaplı ve M kütleli diskin (katı cismin) merkezinden geçen ve disk düzlemine dik olan bir eksene göre eylemsizlik momenti (I);

$$I = \frac{1}{2}MR^2 \quad (\text{Eylemsizlik Momenti}) \quad (90)$$

kullanılarak hesaplanır (Şekil-19).

Dönme hareketinde katı cisimlerin eylemsizlik momenti zamandan bağımsız bir sabittir. Eylemsizlik momenti (I); dönme eksenine, katı cismin kütlesine ve cismin geometrik şekline bağlıdır. Yuvarlanan diskin v öteleme hızı, " ω " açısal hızına " $v = \omega R$ " bağıntısıyla bağlı olması nedeniyle;

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = Mg(\Delta h) \quad (91)$$

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{v}{R}\right)^2 = Mg(\Delta h) \quad (92)$$

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{v^2}{R^2}\right) = Mg(\Delta h) \quad (93)$$

$$\frac{1}{2}v^2 + \left(\frac{1}{4}\right)(v^2) = g(\Delta h) \quad (94)$$

$$\frac{3}{4}v^2 = g(\Delta h) \quad (95)$$

$$v^2 = \frac{4}{3}g(\Delta h) \quad (96)$$

eşitliği yazılır.

Bu eşitlikten, katı disk için kütle merkezinin hızı (v);

$$v = \sqrt{\frac{4}{3}g(\Delta h)} \quad (\text{Disk}) \quad (97)$$

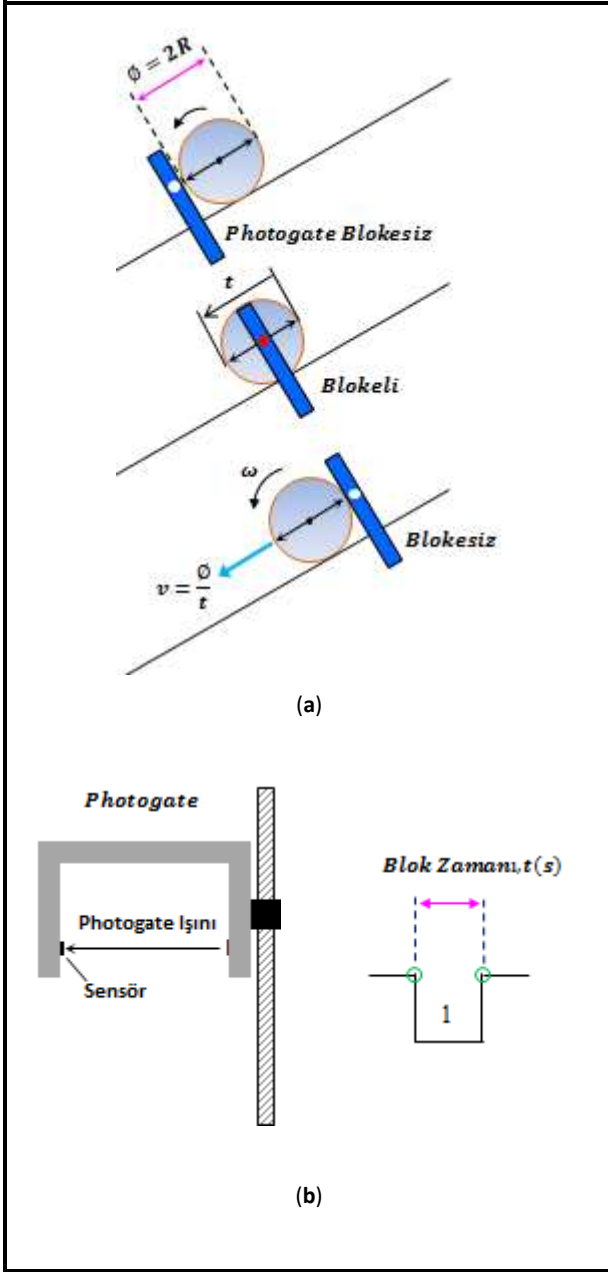
şeklinde bulunur. Eğik düzlemde yuvarlanan disk d -mesafesi kadar yer değiştirirse, yükseklik değişimi $\Delta h = d\sin\theta$ kadar olacaktır. Bu nedenle, katı disk için kütle merkezinin d mesafesindeki hızı (v) tekrar düzenlenirse;

$$v = \sqrt{\frac{4}{3}g(d\sin\theta)} \quad (\text{BEKLENEN}) \quad (98)$$

bağıntısı bulunur. Öteleme hızı (v) ile açısal hız (ω) arasında $v = R\omega$ bağıntısı kullanılırsa, yuvarlanan diskin açısal hızı ise aşağıda verildiği şekilde bulunur;

$$\omega = \sqrt{\frac{4}{3R^2}g(d\sin\theta)} \quad (99)$$

Yuvarlanma hareketinde, M -kütleli diskin kaybettiği potansiyel enerjinin bir kısmı kinetik enerjiye dönüşür ve kütle eğik düzlem boyunca hızlanır, potansiyel enerjinin bir kısmı ise dönme kinetik enerjisi olarak diske aktarılır ve diskin açısal hızı (ω) **Eşitlik-(99)**'da verilen bağıntıya göre artar.



Şekil-20: Eğik düzlem üzerinde diskin ilk konumundan belirli bir d -mesafesine yerleştirilmiş bir photogate içinden disk kütle merkezinin geçişi (a). Blok zamanı, photogate içinden hareket eden cismin uzunluğuna yani yuvarlanan katı diskin çap uzunluğuna bağlıdır (b).

Eğik düzlem üzerinde ilk hızsız yuvarlanma hareketine başlayan bir disk için disk çapının (geçiş uzunluğunun) eğik düzlemin alt ucuna yerleştirilmiş bir photogate içinden geçiş zamanı (t) ölçülürse, disk kütle merkezinin eğik düzlemin alt ucundaki son hızını (v) DENEYSEL olarak bulabiliriz (Şekil-20a).

Şekil-(20b)'de gösterildiği gibi "sensör" üzerine photogate ışını düştüğünde oluşan duruma "Blokeli" durum denir. Işık kaynağı ile sensör arasına bir engel (diskin geçiş uzunluğu) girdiği durumda ışık yolu (photogate ışını) kesilir. Bu duruma ise "Blokesiz" durum denir. Eğik düzlem üzerinde diskin kütle merkezi (CM) ile photogate "sensörü" aynı yükseklikte olacak şekilde hizalanırsa diskin geçiş uzunluğu, diskin çap uzunluğuna (ϕ) eşit olacaktır. Diskin çap uzunluğu (ϕ) nedeniyle oluşan bu "Blokeli" ve "Blokesiz" durumlar arasındaki zaman uzunluğu ise, blok zamanı olan geçiş zamanı (t) verecektir. Yuvarlanan disk d -mesafesi kadar yer değiştirirse, (yükseklik değişimi $\Delta h = d \sin \theta$ kadar olur) ve disk çapının d -mesafesinde konumlandırılmış photogate "sensörü" içinden geçiş zamanı (t) ölçülürse, bu durumda diskin d -mesafesindeki son hızı (v);

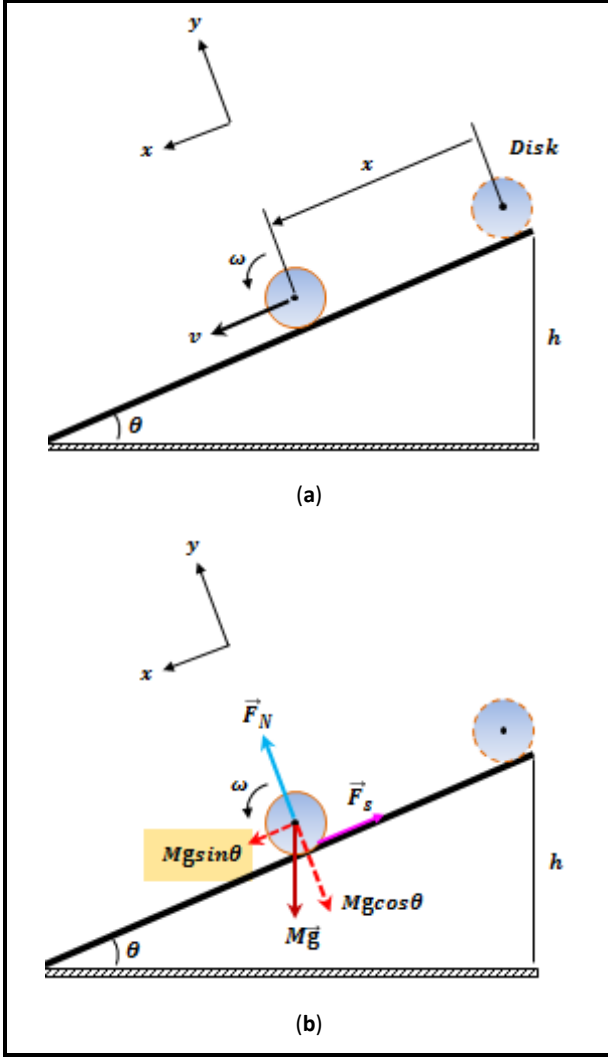
$$v = \frac{\phi}{t} \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (100)$$

olacaktır. Burada, ϕ ; yuvarlanan diskin photogate içinden geçiş uzunluğu olan disk çapıdır.

Kütlesi M , yarıçapı R olan diskin açısal hızının büyüklüğü ise aşağıda verildiği gibi hesaplanır;

$$\omega = \frac{v}{R} \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (101)$$

Dönen diskin toplam kinetik enerjisi onun kütle merkezinin "öteleme kinetik enerjisinin" ve "dönme kinetik enerjisinin" toplamına eşittir. Mekanik enerjinin korunumuna göre sistemin kinetik enerjisi bir miktar artar veya azalır ise potansiyel enerji de aynı miktarda azalır veya artar.



Şekil-21: Eğik düzlem boyunca diskin yuvarlanma hareketi (a) ve disk üzerine etki eden kuvvetler (b). Koordinat sistemi, x -ekseni eğik düzleme paralel, y -ekseni ise eğik düzleme dik olacak şekilde seçilir.

Şekil-(21)'de verilen R yarıçaplı ve M kütleli katı bir disk, θ eğim açılı eğik düzlem üzerinde kaymadan yuvarlanma hareketi yapmaktadır. Disk eğik düzlemde h yükseklikten ilk hızı $(x_0 = 0, v_0 = 0)$ harekete bırakılmıştır. Yuvarlanma hareketi yapan bu disk için kütle merkezinin doğrusal ivmesinin büyüklüğünü (a) bulabiliriz. Dönme ve öteleme hareketi yapan M -kütleli disk için diski eğik düzlemde aşağı doğru hareket ettiren kuvvet $F_x = Mg \sin \theta$ kuvvetidir.

1. Eğik düzlem boyunca x -yönündeki öteleme hareketi (translational motion) için aşağıda verilen kuvvet eşitliği yazılır;

$$\Sigma F = Ma \quad (102)$$



Disk, eğik düzlem üzerindeki herhangi bir temas noktasında kayma hareketi yapmadığı için harekette oluşan sürtünme kuvveti, statik sürtünme kuvvetidir (static friction force); bu kuvvet, diskin kaymasını engeller ve yuvarlanma hareketinde diske açısal ivme (α) verir. Eğik düzlem ile disk arasında sürtünme olmasaydı, disk eğik düzlem boyunca aşağıya doğru yuvarlanmadan kayacaktı.

$$Mg \sin \theta - F_s = Ma \quad (103)$$

Burada, F_s ; statik sürtünme kuvvetidir.

2. Hareket düzlemine dik yönde (y -yönünde) ivmeli hareket yoktur. Bu nedenle y -doğrultusu için hareket denklemleri aşağıda verildiği şekilde olur;

$$F_N - Mg \cos \theta = 0 \quad (104)$$

$$F_N = Mg \cos \theta \quad (\text{Disk}) \quad (105)$$

Disk için kütle merkezi (CM) etrafında dönme hareketi, Newton'un 2.yasası kullanılarak aşağıdaki şekilde ifade edilir;

$$\Sigma \tau_{CM} = I_{CM} \alpha_{CM} \quad (106)$$

Bu bağlamda;

- $\Sigma \tau$: Dönmeyi sağlayan tork,
- I : Dönen diskin (katı cismin) eylemsizlik momenti,
- α : Diskin açısal ivmesidir.

Diske etki eden tork, açısal ivme (α) ile orantılı olup, orantı sabiti (I) eylemsizlik momentidir. Diskin dönme ekseninden R kadar uzaklıkta bir F_s kuvveti uygulanırsa, tork (τ) ;

$$\tau = F_s R \quad (107)$$

şeklinde hesaplanır. Burada, R ; F_s kuvvetinin uygulandığı nokta ile merkez arasındaki uzaklık (yarıçap) olarak verilir.

Eşitlik-(107)'de verilen ifade **Eşitlik-(106)**'da yerine konursa, yuvarlanan diske etki eden yukarı yönlü sürtünme kuvveti yani yuvarlanma sürtünmesi (F_s) için aşağıda verilen tork eşitliği bulunur;

$$F_s R = \left(\frac{1}{2} M R^2\right) \alpha \quad (108)$$

Bu bağıntı *diskin merkezine göre* tork eşitliğini ifade eder.

Açısal hızın zamanla değişme hızına açısal ivme (α) denir ve açısal ivmenin (α) herhangi bir andaki değeri;

$$a = R \alpha \quad (109)$$

$$\alpha = \frac{a}{R} \quad (110)$$

bağıntısıyla bulunur. Yuvarlanma şartı **Eşitlik-(110)** ile verilir ve bu ifade "tork eşitliği" ile birleştirilirse;

$$F_s R = \left(\frac{1}{2} M R^2\right) \left(\frac{a}{R}\right) \quad (111)$$

$$F_s = \frac{1}{2} M a \quad (\text{Disk}) \quad (112)$$

bağıntısı ortaya çıkar. Bu bağıntı, **Eşitlik-(103)**'de kullanılırsa, yuvarlanan disk kütlesinin ivmesi (a) için;

$$M g \sin \theta - \frac{1}{2} M a = M a \quad (113)$$

$$g \sin \theta - \frac{1}{2} a = a \quad (114)$$

$$g \sin \theta = \frac{3}{2} a \quad (115)$$

$$a = \frac{2}{3} g \sin \theta \quad (\text{Disk}) \quad (116)$$

bağıntısı yazılır. Görüldüğü gibi, eğik düzlemde sabit ivme ile yuvarlanan bir disk hızının nasıl değiştiği incelendiğinde, disk ivmesi yalnızca eğik düzlemin eğim açısı θ ve g yerçekimi ivmesine bağlıdır. Cismin kütlesine bağlı değildir.

Benzer şekilde, sabit ivmeli doğrusal harekette konumun fonksiyonu olarak diskin hızı (v) için verilen genel bağıntı kullanılarak, yuvarlanan diskin ivmesini (a) bulabiliriz. Konumun fonksiyonu olarak diskin hızı (v);

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad (117)$$

bağıntısıyla verilir. Eğik düzlem boyunca hareket eden disk ilk hızı ve konumu;

- $v_0 = 0$
- $x_0 = 0$

olarak alınır ve son konumu;

- $x = d$

şeklinde verilir; yuvarlanan disk yer değiştirmesi, " d " mesafesi kadar olacaktır. Bundan dolayı, diskin ivmesi (a);

$$v^2 = 2ax \quad (118)$$

$$a = \frac{v^2}{2d} \quad (119)$$

bağıntısı tarafından hesaplanır.

Eşitlik-(98) tarafından verilen disk kütle merkezinin d mesafesindeki ötme hızı (v);

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} g (d \sin \theta)} \quad (120)$$

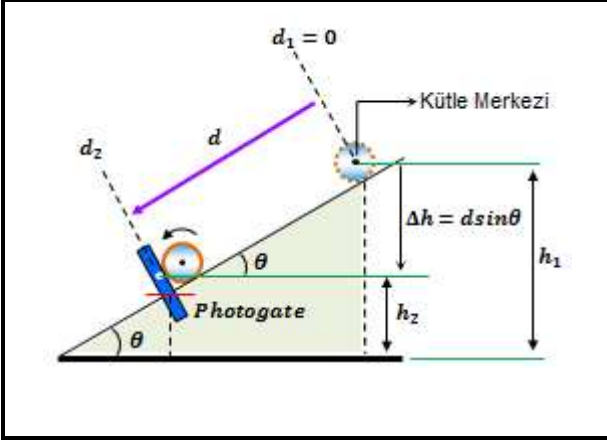
bağıntısı **Eşitlik-(119)**'da kullanılırsa, kütle merkezinin doğrusal ivmesinin büyüklüğü (a);

$$a = \frac{\frac{4}{3} g (d \sin \theta)}{2d} \quad (121)$$

$$a = \frac{2}{3} g \sin \theta \quad (\text{Sabit ivmeli Hareket}) \quad (122)$$

olarak, **Eşitlik-(116)**'da verilen bağıntıya benzer şekilde bulunur.

7.2. Eğik Düzlemde Mekanik Enerjinin Korunumu



Şekil-22: İlk hızı sıfır yuvarlanma hareketine başlayan disk için kütle merkezinin eğik düzlem boyunca “d” kadar yer değiştirmesi.

Şekil-(22)'de verilen eğik düzlemde, düzlemin üst kısmında bulunan bir cisim (disk) başlangıç olarak potansiyel enerjiye sahiptir. İlk hızı sıfır serbest bırakılan cisim, eğik düzlemde aşağıya doğru hareket ederek hızlanır ve kinetik enerji kazanır. Eğer sisteme sürtünme kuvveti etki etmiyorsa veya sürtünme küçükse, başlangıçta cismin sahip olduğu potansiyel enerji tümüyle kinetik enerjiye dönüşür. Cisim “kaymadan yuvarlanıyorsa”, bu kinetik enerji, öteleme kinetik enerjisi ve dönme kinetik enerjisi olarak iki şekilde kendisini gösterir. Bu nedenle, eğik düzlemde yuvarlanan bir cismin mekanik enerjisinin korunumu incelendiğinde, enerjinin bu iki çeşidi de dikkate alınmalıdır. Disk başlangıçta hareketsiz olması nedeniyle h_1 yüksekliğinde kinetik enerjisi sıfır, potansiyel enerjisi ise mgh_1 değerine eşittir. Eğer ilk hızı sıfır serbest bırakılan disk, eğik düzlem üzerinde d kadar bir mesafeye hareket ederse, yuvarlanan diskin yüksekliği;

$$\Delta h = d \sin \theta$$

kadar azalır. Bu nedenle yuvarlanan diskin potansiyel enerjisi;

$$\Delta U = -Mg\Delta h = -Mgd \sin \theta \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (123)$$

olacak şekilde değişir.

Benzer şekilde ilk kinetik enerji sıfır olduğu dikkate alınır, öteleme kinetik enerjisindeki değişim;

$$\Delta K = \frac{1}{2} M v^2 \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (124)$$

ve dönme kinetik enerjisindeki değişim;

$$\Delta K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (125)$$

olur. Mekanik enerjiyi (E) sistemin kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamı olarak tanımlarsak;

$$E = K + U \quad (126)$$

mekanik enerjinin korunumuna göre, mekanik enerji değişimlerinin toplamının sıfır olması gerekir;

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (127)$$

$$\Delta E = 0 \quad (128)$$

Sisteme dışardan bir kuvvet etki etmediği sürece toplam enerji değişmez. Bu nedenle, sürtünmeden dolayı oluşabilecek enerji kayıpları ihmal edilirse, enerjinin korunumuna göre sistemin toplam mekanik enerjisi sabit kalır (yani mekanik enerji korunacaktır). Yuvarlanma hareketinde mekanik enerjideki değişim (ΔE) aşağıda verildiği şekilde ifade edilir;

$$\Delta E = \Delta K_{\text{öteleme}} + \Delta K_{\text{dönme}} + \Delta U \quad (129)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 - Mgd \sin \theta \quad (\text{Mekanik Enerjinin Değişimi}) \quad (130)$$

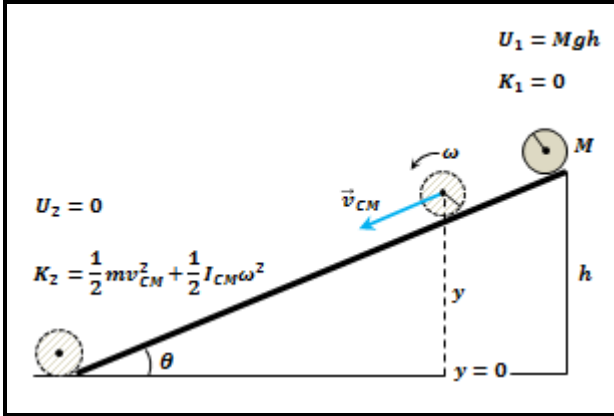
Mekanik enerjinin korunumuna göre toplam enerji sabittir yani toplam mekanik enerjideki değişim sıfırdır ($\Delta E = 0$). Diskin eğik düzlemde hareketinde kinetik enerjisi ile potansiyel enerjisi değişebilir fakat potansiyel ve kinetik enerjilerin toplamı olan mekanik enerji sabit kalır. Bundan dolayı, eğik düzlem boyunca d -mesafesi kadar bir yer değiştirme olduğunda kinetik enerjinin artma miktarı kadar potansiyel enerji azalacaktır;

$$0 = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 - Mgd\sin\theta \quad (131)$$

$$Mgd\sin\theta = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (\text{DENEYSEL}) \quad (132)$$

Kaymadan yuvarlanma olduğundan yani disk kendi ekseninde dönerek ilerlediğinden toplam enerji sabit kalır. Sistemin mekanik enerjisi korunacağına göre, yuvarlanma hareketi yapan diskin kinetik enerjisi artarken potansiyel enerjisi azalır. Yuvarlanma hareketinde kaybolan potansiyel enerji, diskin kinetik enerjisi ile dönme kinetik enerjisine dönüşür ve sürtünme yoksa enerjinin korunumu, **Eşitlik-(132)**'de verilen ifade ile belirlenir.

7.3. Kürenin Yuvarlanma Hareketi



Şekil-23: Eğik düzlemde kaymadan yuvarlanan küre.

Eğik bir düzlemin üst ucuna M kütleli ve r yarıçaplı bir küre [Şekil-\(23\)](#)'de gösterildiği gibi konulmuştur. Küre (katı cisim) ilk hızsız, h yüksekliğinde serbest bırakıldığında yerçekimi kuvvetinin etkisiyle aşağıya doğru hareket etmektedir. Eğik düzlem üzerinde yuvarlanma hareketi analiz edildiğinde, katı küre için kütle merkezinin eğik düzlemin alt ucundaki son hızını (v) hesaplayabiliriz. Eğik düzlem üzerindeki cisim başlangıçta hareketsiz olması nedeniyle, bu cismin h yüksekliğinde ilk kinetik enerjisi sıfır, potansiyel enerjisi ise Mgh olur. Cisim aşağıya doğru inerken yani h yüksekliği azalırken cismin hızı artacağından, potansiyel enerji kinetik enerjiye dönüşür. Zeminden herhangi bir düşey y -mesafesinde sistemin (kürenin) toplam mekanik enerjisi;

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 + Mgy \quad (133)$$

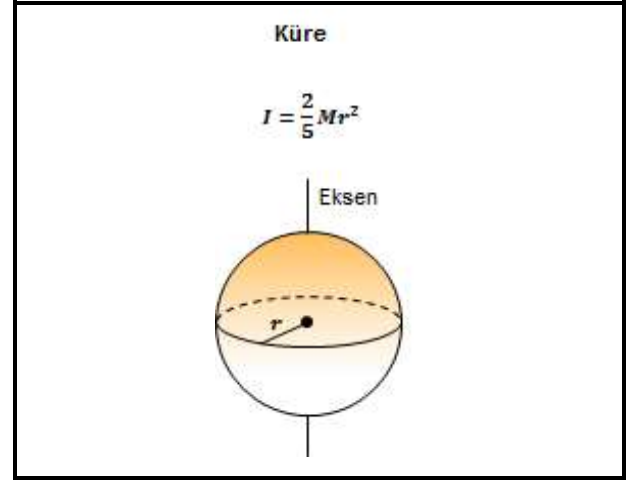
olarak yazılır. Burada, v kütle merkezinin (CM) hızıdır. Bir sistemin toplam mekanik enerjisi o sistemin kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamıdır. Sistemde cismin (kürenin) ilk konumu;

$$y = h, \quad v = 0, \quad \omega = 0 \quad (134)$$

ve son konumu;

$$y = 0 \quad (135)$$

şeklindedir.



Şekil-24: Kürenin eylemsizlik momenti.

Aşağıya doğru yuvarlanan cisim için kaybolan potansiyel enerji, öteleme kinetik enerjisine ve dönme kinetik enerjisine dönüşür. Sürtünme yoksa enerjinin korunumu;

$$0 + 0 + Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 + 0 \quad (136)$$

ifadesi ile belirlenir.

- ✓ Bu eşitlikten görüldüğü gibi, potansiyel enerjisinin bir kısmı;

$$K = \frac{1}{2}Mv^2$$

ile verilen öteleme kinetik enerjisine dönüşür.

- ✓ Yuvarlanan küre için dönme kinetik enerjisi ise;

$$K = \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2$$

olacaktır.

- ✓ Cisim zemine ulaştığı anda potansiyel enerjisi sıfır, kinetik enerjisi maksimum değerini alır.

Kürenin eylemsizlik momenti;

$$I_{CM} = \frac{2}{5}Mr^2 \quad (137)$$

eşitliğinden bulunur (Şekil-24).

Katı cisim dönerek, yani kaymadan ilerliyorsa ağırlık merkezinin (Center of Mass) hızı, cismin öteleme hızına (v) eşit olacaktır. Öteleme hızı ve açısal hız (ω) arasında;

$$\omega = \frac{v}{r} \quad (138)$$

bağıntısı vardır. Böylece, yuvarlanan katı küre için kütle merkezinin eğik düzlemin alt ucundaki hızı (v);

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}Mr^2\right)\left(\frac{v^2}{r^2}\right) \quad (139)$$

$$gh = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)v^2 \quad (140)$$

$$v = \sqrt{\frac{10}{7}gh} \quad (\text{Küre}) \quad (141)$$

olarak bulunur. Burada g , yerçekimi ivmesidir.

Eşitlik-(141), yüksekliği h ve yatayla yaptığı açı θ olan bir eğik düzlemin tepesinden serbest bırakılan M kütleli r yarıçaplı bir kürenin, eğik düzlemin sonuna geldiği zaman sahip olduğu son hızı (v) verir. Eğik düzlemde hız değerinin maksimum olduğu nokta, dönme ve öteleme kinetik enerjisinin maksimum, potansiyel enerjinin ise minimum olduğu noktaya ($y = 0$) karşılık gelir. Yuvarlanma hareketi yapan katı küre için kütle merkezinin eğik düzlemin alt ucundaki hızını (v), eğik düzlem üzerinde aşağı doğru sürtünmesiz kayarak (yuvarlanma hareketi olmadan) ilerleyen bir cismin hızıyla karşılaştırabiliriz. Kayma hareketinde cismin zemine ulaştığı anda hızı;

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad (142)$$

$$v = \sqrt{2gh} \quad (143)$$

olacaktır.

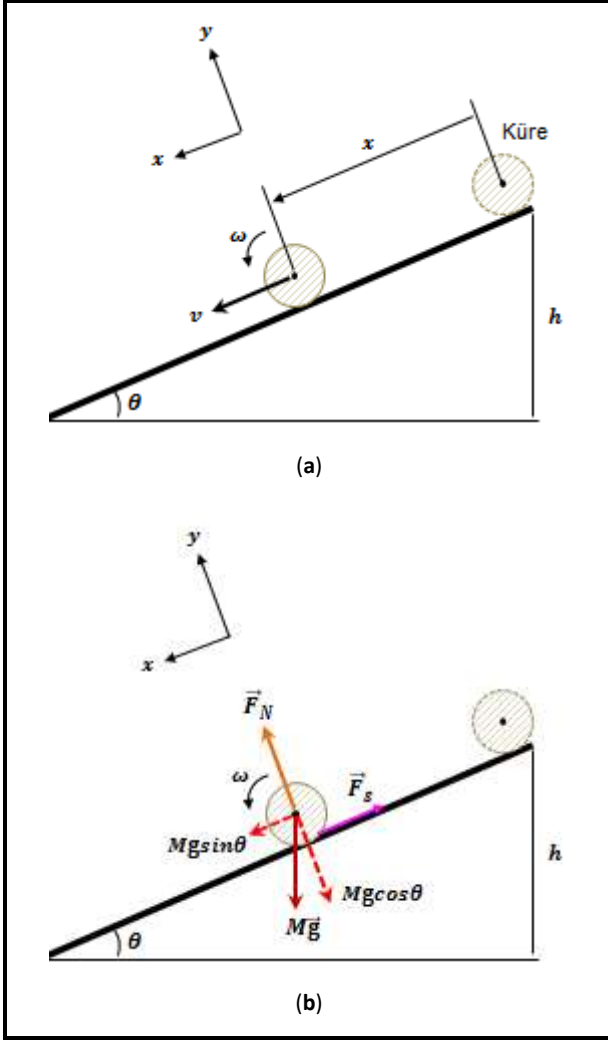
Görüldüğü gibi bu hız değeri, eğik düzlemde yuvarlanan küre için bulunan değerden daha büyüktür. Sürtünmesiz kayarak hareket eden bir cismin başlangıç potansiyel enerjisi, tamamen öteleme kinetik enerjisine dönüştüğünden (dönme kinetik enerjisine değil), kütle merkezinin (CM) hızı daha büyük olacaktır. Verilen bir eğim açısında bir cismin (kürenin) yuvarlanma hareketi yapması için gereken statik sürtünme kuvveti;

$$F_s \leq \mu F_N$$

yani;

$$F_s \leq \mu Mg \cos \theta$$

şartını sağlamalıdır.



Şekil-25: Kürenin yuvarlanma hareketi (a) ve yuvarlanma hareketinde küre üzerine etki eden kuvvetler (b). Küre ile eğik düzlem arasındaki sürtünme katsayısı kaymayı önleyecek kadar büyüktür.

Yuvarlanma hareketi yapan katı küre için kütle merkezinin doğrusal ivmesinin büyüklüğünü (a), kuvvet ve tork kavramları kullanılarak bulabiliriz. Öteleme hareketinde katı bir cisme etki eden net kuvvetten bahsedilirken, dönme hareketinde ise net tork kullanılır. [Şekil-\(25a\)](#)'da eğik düzlemin üst ucundan ilk hızsız ($x_0 = 0, v_0 = 0$) serbest bırakılan bir küre gösterilmiştir. Dönme ve öteleme (bir doğru boyunca yapılan hareket) hareketi yapan kürenin yuvarlanma hareketinde kütle merkezinin sadece öteleme hızı vardır.

- Öteleme hareketinde Newton'un ikinci kanunu geçerlidir. Net kuvvet, kürenin kütlesi (M) ile ağırlık merkezinin ivmesi (a) çarpımı değerinde ve bu ivmenin doğrultusunda olacaktır.

- Kürenin (katı cismin) x -yönündeki öteleme hareketi (*translational motion*) için;

$$\Sigma F = Ma \quad (144)$$

bağıntısı yazılır. Katı cisme uygulanan net kuvvet cisme öteleme ivmesi (a) kazandırır. Buradan, eğik düzlem boyunca kuvvet eşitliği;

$$Mg\sin\theta - F_s = Ma \quad (145)$$

şeklinde. Bu eşitlikte, F_s ; statik sürtünme kuvvetidir.

- Hareket düzlemine dik yönde ivmeli hareket yoktur. Bu nedenle y -doğrultusu için hareket denklemi;

$$F_N - Mg\cos\theta = 0 \quad (146)$$

$$F_N = Mg\cos\theta \quad (\text{Küre}) \quad (147)$$

- Kürenin kütle merkezi (Center of Mass) etrafında dönme hareketi, Newton'un 2.yasası kullanılarak aşağıdaki şekilde ifade edilir;

$$\Sigma \tau_{CM} = I_{CM}\alpha_{CM} \quad (148)$$

Burada, $\Sigma \tau_{CM}$; dönmeyi sağlayan net tork; I , dönen katı cismin (kürenin) eylemsizlik momenti; α ise bu cismin açısal ivmesidir. Katı cisme (küreye) etki eden net tork sıfırdan farklıysa cisim dönme eksenini etrafında açısal ivmeli dönme hareketi yapar. Dönerek ilerleyen küreye etki eden yukarı yönlü statik sürtünme kuvveti (F_s) için;

$$F_s R = \left(\frac{2}{5} MR^2\right)\alpha \quad (149)$$

tork eşitliği yazılır. Açısal hızın (ω) zamanla değişme hızına açısal ivme (α) denir. Açısal ivmenin (α) herhangi bir andaki değeri ise;

$$a = R\alpha \quad (150)$$

$$\alpha = \frac{a}{R} \quad (151)$$

olup, birimi " rad/s^2 " olarak verilir.

Eşitlik-(151)'de verilen ifade **Eşitlik-(149)**'da kullanılırsa;

$$F_s R = \left(\frac{2}{5} MR^2\right) \left(\frac{a}{R}\right) \quad (152)$$

$$F_s = \frac{2}{5} Ma \quad (\text{Küre}) \quad (153)$$

bulunur. Bu bağıntı, **Eşitlik-(145)**'de kullanılırsa, yuvarlanma hareketi yapan kürenin kütle merkezinin ivmesi (a);

$$Mg \sin \theta - \frac{2}{5} Ma = Ma \quad (154)$$

$$g \sin \theta - \frac{2}{5} a = a \quad (155)$$

$$a = \frac{5}{7} g \sin \theta \quad (\text{Küre}) \quad (156)$$

olarak bulunur. **Eşitlik-(156)**, katı küre için kütle merkezinin doğrusal ivmesinin büyüklüğünü verir. Bu bağıntıya göre yuvarlanma ivmesi (a), eğik düzlemin eğim açısı (θ) ile yerçekimi ivmesine (g) bağlıdır. Yuvarlanma ivmesi, sürtünmesiz olarak **kayan bir cismin ivmesi** ($a = g \sin \theta$) ile karşılaştırıldığında daha küçük olduğu görülür. Yuvarlanan küre için kütle merkezinin doğrusal ivmesi **Eşitlik-(153)**'de yerine yazılırsa, statik sürtünme kuvvetinin büyüklüğü (F_s);

$$F_s = \frac{2}{5} Ma \quad (157)$$

$$F_s = \frac{2}{5} M \left(\frac{5}{7} g \sin \theta\right) \quad (158)$$

$$F_s = \frac{2}{7} Mg \sin \theta \quad (\text{Statik Sürtünme Kuvveti}) \quad (159)$$

şeklinde bulunur.

Eğer, $F_s > \mu F_N$ (yani, $F_s > \mu Mg \cos \theta$) ise küre dönme hareketi yapmayacak bunun yerine eğik düzlemde aşağı doğru kayarak hareket edecektir;

$$F_s > \mu Mg \cos \theta \quad (160)$$

$$\frac{2}{7} Mg \sin \theta > \mu Mg \cos \theta \quad (161)$$

$$\frac{2}{7} \sin \theta > \mu \cos \theta \quad (162)$$

$$\frac{2 \sin \theta}{7 \cos \theta} > \mu \quad (163)$$

$$\tan \theta > \frac{7}{2} \mu \quad (\text{Kayma Hareketi}) \quad (164)$$

Bu nedenle kürenin yuvarlanma hareketi aşağıda verilen koşulda sağlanacaktır;

$$F_s \leq \mu F_N \quad (165)$$

$$\tan \theta \leq \frac{7}{2} \mu \quad (\text{Yuvarlanma Hareketi}) \quad (166)$$

Eğik düzlemde yuvarlanma hareketi incelendiğinde statik sürtünme "katsayısı" değerinin (μ) düşük veya eğim açısının (θ) belli bir değerden büyük olması durumunda ($F_s > \mu F_N$), küre (katı cisim) yuvarlanma hareketi yerine kayma hareketi yapacaktır. İlk hızsız ($x_0 = 0, v_0 = 0$) harekete başlayan kürenin eğik düzlemin alt ucunda hızını (v) benzer şekilde bulabiliriz. Kürenin düzlem boyunca toplam aldığı yol (x);

$$h = x \sin \theta \quad (167)$$

$$x = \frac{h}{\sin \theta} \quad (168)$$

eşitliği ile verilir. Kürenin bu yol sonunda ulaştığı hızı (v);

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad (169)$$

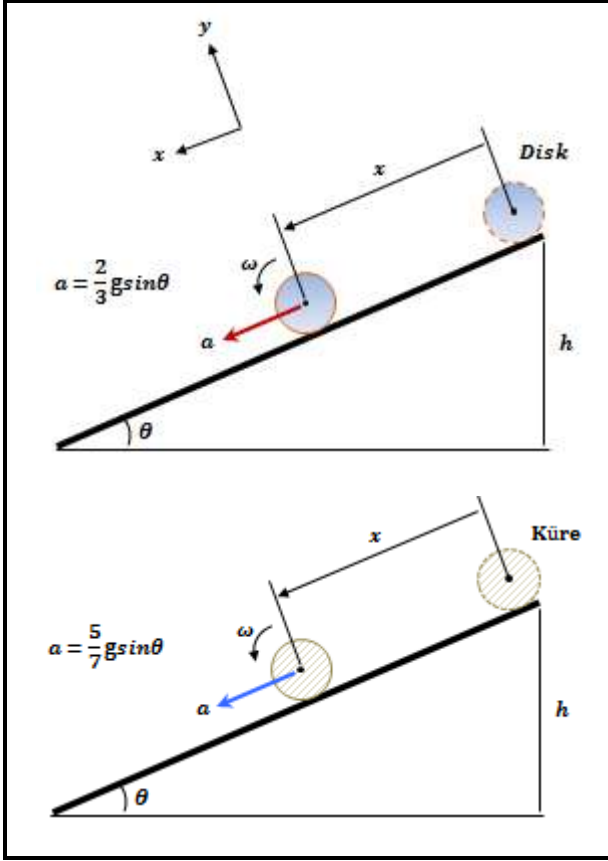
$$v^2 = 2ax \quad (170)$$

$$v = \sqrt{2ax} \quad (171)$$

$$v = \sqrt{2 \left(\frac{5}{7} g \sin \theta\right) \left(\frac{h}{\sin \theta}\right)} \quad (172)$$

$$v = \sqrt{\frac{10}{7} gh} \quad (\text{Küre}) \quad (173)$$

olacaktır.



Şekil-26: Yuvarlanma hareketi yapan disk (a) ve küre (b) için karşılaştırılmalı ivme değerleri.

Şekil-(26)'da aynı yarıçaplı bir disk ile küre, eğik bir düzlemin üst ucundan aşağı doğru ilk hızsız aynı anda serbest bırakılırsa, hangisi eğik düzlem boyunca aşağıya daha önce iner?. Yuvarlanan bir disk veya küre için hareketin ivme değerleri karşılaştırılması aşağıda verilmiştir;

Disk	Küre
Kütle Merkezinin İvmesi	Kütle Merkezinin İvmesi
$a = \frac{2}{3}gsin\theta$	$a = \frac{5}{7}gsin\theta$

İlk hızın sıfır olduğu ivmeli bir harekette hız (v), zamanla doğrusal olarak artar. Yuvarlanma hareketi yapan kürenin kütle merkezi daha büyük doğrusal ivmeye sahip olduğundan $[(5/7)gsin\theta > (2/3)gsin\theta]$, eğik düzlemin alt ucuna daha önce varacaktır.

Öteleme (translation) ve dönme (rotation) hareketinde kullanılan değişkenler aşağıda verilmiştir:

Öteleme	Dönme	
$x(m)$	$\theta(rad)$	(Yer Değiştirme)
$v(m/s)$	$\omega(rad/s)$	(Hız)
$a(m/s^2)$	$\alpha(rad/s^2)$	(İvme)
$m(kg)$	$I(kg.m^2)$	
$F(N)$	$\tau(m.N)$	
$K = \frac{1}{2}mv^2$	$K = \frac{1}{2}I\omega^2$	
$\Sigma F = ma$	$\Sigma \tau = I\alpha$	

8. Deneylerin Yapılışı

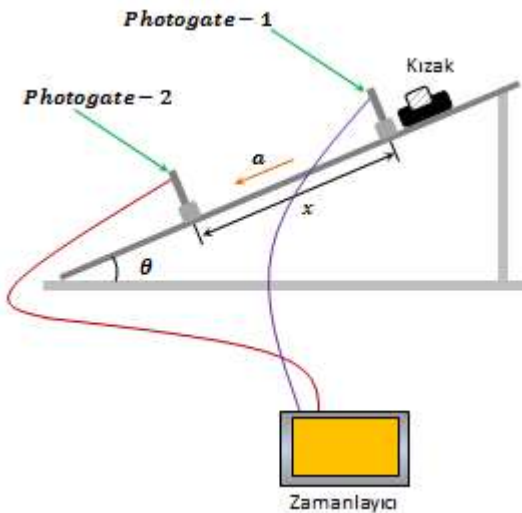
DENEY FÖYÜ-1/BÖLÜM-1:

SÜRTÜNMESİZ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET

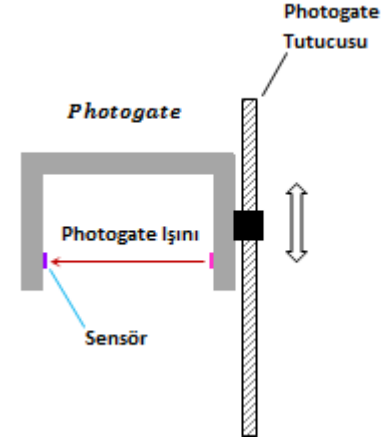
Sürtünmesiz Eğik Düzlemde Hareket Eden Bir Cismin İvmesinin Bulunması

Deneyin bu bölümünde, sürtünmesiz eğik düzlem üzerinde hareket eden bir cismin (**sürtünmesiz arabanın/kızağın**) ivmesi belirlenecektir. Cismin (kızağın) ivmesi (a), iki photogate arasında belirli bir yer değiştirme mesafesi (x) için geçen zaman (t) ölçülerek bulunur. Hareketin sabit ivmesi, **DENEYSEL** olarak $a = 2x/t^2$ bağıntısı kullanılarak hesaplanır. Hareketin **BEKLENEN (teorik)** ivmesi ise, $a = g \sin \theta$ büyüklüğündedir (burada, $g = 9.80 m/s^2$).

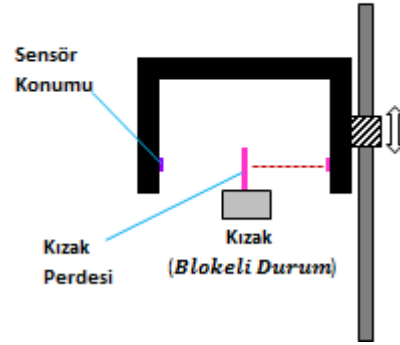
1. Ölçümler öncesi, ray düz bir zemine yerleştirilerek yatay olması sağlanır. Ray yüzeyine konan **açı-ölçer** sıfır dereceyi göstermelidir. Eğik düzlemi oluşturmak için ray düzeneği, destek çubuğu yardımı ile yavaş bir şekilde yükseltilir. Eğik düzlemin yatayla yaptığı açı (**eğim açısı**), bir açı-ölçer yardımıyla $\theta = 10^\circ$ değerine ayarlanır;
2. Eğik düzlem, iki Photogate arası uzaklık $x = 0.2m$ olarak ayarlanır. Bu uzaklık, sabit ivmeli hareket yapacak olan kızağın (**sürtünmesiz arabanın**) aldığı yolu yani, yer değiştirmeyi verecektir. Bu nedenle, x -mesafesinin dikkatli bir şekilde ayarlanması önemlidir;



3. Kızak, Photogate-1 önüne yerleştirilir. Burada, kızak perdesi (çubuğu), Photogate-1 ışınının hemen önünde olacak şekilde ayarlanır. Yani, Photogate-1 başlangıçta "Bloklesiz" durumda olmalıdır;



Kızak Perdesi ile Sensör Konumunun Hizalanması
(Önden Görünüş)



DENEY NOTLARI:

- Kızak perdesi (zaman algılama çubuğu), eğik düzlem boyunca hareketinde iki sensörü de "Blokeli" edecek şekilde hizalanmalıdır. Yani, eğik düzlemde harekette her iki sensör kızığı değil, kızak üzerindeki çubuğu görmelidir.
- Yer değiştirme (x) mesafesi ayarlanırken, iki Photogate sensörü arası mesafe dikkate alınmalıdır. Düşey yönde hizalama işlemi ise, her bir Photogate aşağı veya yukarı yönde tutucusu üzerinde hareket ettirilerek yapılmalıdır.
- Sensör üzerine Photogate ışını düştüğünde oluşan duruma "Bloklesiz" durum denir. Photogate ışını ile sensör arasına bir engel (kızak çubuğu) girdiğinde ışık yolu kesilir. Bu duruma ise "Blokeli" durum denir.
- Ara-yüz ile zaman (t) ölçme işlemi, Photogate-1 ışınının kızak perdesi tarafından ilk "Blokeli" olmasıyla başlar ve 2. Photogate ışını "Blokeli" oluncaya kadar devam eder. Diğer bir ifadeyle zamanlayıcı, iki blok arası zamanı $t = t_{1.ph-2.ph}$ olarak ekrana verir.

4. Zamanlayıcı çalıştırılır. Açılış ekranında “Eğik Düzlem” tuşuna basılır;



5. Veri toplama işlemini (ölçüm zamanını) başlatmak için “BAŞLAT” butonuna tıklanır;



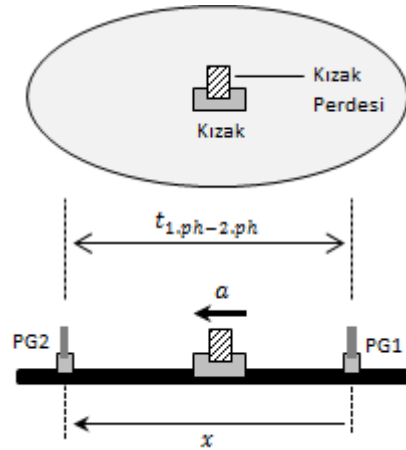
6. Şimdi, kızak (araba), iki Photogate arasından hareket etmesi için serbest, **ilk hızsız** bırakılır. Kızak, serbest bırakıldığında, **Newton’un İkinci Hareket Yasası**’na göre, kuvvet yönünde ve kuvvetin büyüklüğüyle doğru orantılı olarak hızlanmaya, yani x –ekseni yönünde ivmeli hareketine başlayacaktır.

- 6.1. Kızakın $x = 0.2m$ yolu alması için geçen zamanın ölçümü, kızak perdesi tarafından **1.**Photogate’in ilk blok edilmesiyle başlar ve **2.**Photogate ışıını blokeli oluncaya kadar devam eder. Kızak perdesinin oluşturduğu bu iki “**BLOKEL**” durum arasındaki zaman uzunluğu, blok zamanı “ t ” olup, kızakın x yer değiştirmesi için geçen süredir.
- 6.2. Kızak **2.**Photogate’den geçtiği anda, alınan yol x için geçen zaman “ t ” ekranda görüntülenecektir;



Burada;

- $t_{1,ph}$: Kızakın **1.sensörden** geçiş süresini (KIZAK PERDESİNİN BLOK SÜRESİ),
- $t_{1,ph-2,ph}$: Kızakın **1. ve 2. sensör** arasındaki mesafeyi alma süresini (İKİ BLOK ARASI SÜRE),
- $t_{2,ph}$: Kızakın **2.sensörden** geçiş süresini (KIZAK PERDESİNİN BLOK SÜRESİNİ) verir.



7. Hareketin ivmesi (a), kızakın x yolunu alması için geçen zaman $t = t_{1,ph-2,ph}$ kullanılarak hesaplanır:

$$a' = \frac{2x}{t^2} \quad (\text{DENEYSEL})$$

Gözlemlenen hareket türü **sabit ivmeli düzgün doğrusal harekettir**. Kızakın hareket yönü pozitif x -ekseni alınırsa, alınan yol zamanla doğrusal olarak değil zamanın karesiyle orantılı olarak artacaktır.

8. Benzer şekilde, hareketin beklenen (teorik) ivmesi hesaplanır;

$$a = g \sin \theta \quad (\text{BEKLENEN})$$

Burada yerçekimi ivmesi, $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ alınır.

9. Deneysel bulunan kazağın ivmesi, “beklenen” değerle karşılaştırılarak aradaki “fark” belirlenir:

$$\text{Fark (\%)} = \left| \frac{\text{Beklenen} - \text{Deneysel}}{\text{Beklenen}} \right| \times 100$$

Ölçülen	DENEYSEL	BEKLENEN	Hesaplanan
Yer Değiştirme	Hareketin İvmesi	Hareketin İvmesi	%Fark ($\pm$)
$x(m)$	$a(m/s^2)$	$a(m/s^2)$	
0.2			

10. Aynı ölçümler aşağıda verilen farklı mesafeler (iki photogate arası mesafe) için tekrar edilir;

$x(m)$			
0.4	0.6	0.8	1.0

11. Sürtünmesiz hareket yapan arabanın ivmesi (a) farklı yer değiştirme mesafelerine (x) göre nasıl bir değişim gösterir. Kısaca açıklanır.
12. Newton'un ikinci hareket yasasına göre sürtünmesiz eğik düzlemde hareket eden bir cismin ivmesini (a) veren bağıntının nasıl bulunduğu şekil kullanılarak gösterilir.

DENEY FÖYÜ-1/BÖLÜM-2:
SÜRTÜNMESİZ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET
“KONUM–ZAMANIN KARESİ” GRAFİĞİNDEN HAREKETİN
İVMESİNİN BELİRLENMESİ

1. Aşağıda verilen farklı yer değiştirmeler, x için zaman, t ölçümleri tekrarlanır:

$x(m)$				
0.2	0.4	0.6	0.8	1.0

2. Ölçüm verilerinden konumun, zamanın karesine karşı ($x - t^2$) grafiği çizilir.

Ölçülen	Ölçülen	ZAMANLAYICI	GRAFİK
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Zaman	Eğim
θ (der)	$x(m)$	$t^2(s^2)$	$Eğim(m/s^2)$
10	0.2 (20cm)		
	0.4		
	0.6		
	0.8		
	1.0		

- 2.2. Veri noktalarına uyan en uygun **eğilim çizgisi** (best-line) grafik üzerinde belirlenir.

- 2.3. Çizilen bu eğilim çizgisinin (doğrunun) EĞİMİ bulunur. Doğrunun eğimi, bize sürtünmesiz arabanın ivmesinin yarısını verecektir.

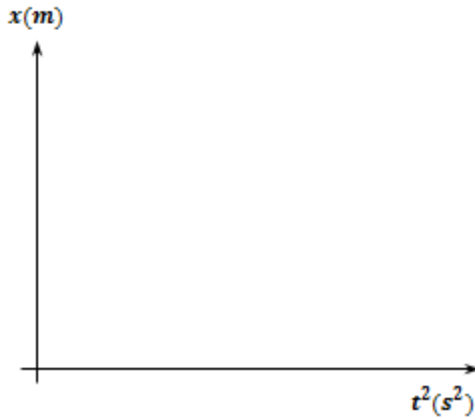
- 2.4. Arabanın " a " ivmesini deneysel olarak bulmak için eğim "2" ile çarpılır;

$$Eğim = \frac{1}{2}a$$

- 2.5. Deneysel bulunan ivme (a) değeri veri tablosuna not edilir;

Ölçülen	ZAMANLAYICI	Grafik	DENEYSEL
Yer Değiştirme	Zaman	Eğim	Hareketin İvmesi
$x(m)$	$t^2(s^2)$	$Eğim(m/s^2)$	$a(m/s^2)$
0.2 (20cm)			
0.4			
0.6			
0.8			
1.0			

Sürtünmesiz Eğik Düzlem
Konum (x)-Zamanın Karesi (t^2) Grafiği



- 2.1. Grafik çiziminde yatay ve dikey eksenlerin hangi büyüklüklere karşılık geldiği ve birimlerinin ne olduğu belirtilmelidir.

3. Sabit ivmeli hareket yapan araba için hareketin beklenen ivmesi hesaplanır;

$$a = g \sin \theta$$

4. Bulunan DENEYSEL ivme değeri ile BEKLENEN ivme değeri karşılaştırılarak aradaki fark belirlenir.

Ölçülen	DENEYSEL (GRAFİK)	BEKLENEN	Hesaplanan
Eğim Açısı	İvme	İvme	%Fark ($\pm$)
θ (der)	$a(m/s^2)$	$a(m/s^2)$	
10			

5. Şimdi, ölçüm verilerinden yararlanarak konum-zaman ($x - t$) grafiği çizilir.
6. Çizilen $x - t^2$ ve $x - t$ grafiklerine göre, zamana ve zamanın karesine karşı konum eğrileri üzerindeki noktaların değişim biçimleri yorumlanır. Grafiklerin farklı olmasının nedenleri kısaca açıklanır?.
7. Bir cismin hızı sabit ise ivmeli hareket yapabilir mi?.
8. Konum-zamanın karesi ($y - t^2$) ve hız-zaman ($v - t$) grafiklerinde eğim ne ifade eder?.

9. Deney Raporu

Adı ve Soyadı: _____

Bölüm: _____

Öğrenci No: _____

Tarih: _____

DENEY FÖYÜ-1/BÖLÜM-1:

SÜRTÜNMESİZ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET

SÜRTÜNMESİZ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET EDEN BİR CİSMİN İVMESİNİN BULUNMASI

Tablo-1: Hareketin ivmesi için deneysel ve beklenen değerlerin karşılaştırılması (yer değiştirme mesafesi: x=20cm).

Ölçülen		Zamanlayıcı	Hesaplanan	DENEYSEL	BEKLENEN	%Fark ($\pm$)
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Zaman	Zaman Karesi	Hareketin İvmesi $a = \frac{2x}{t^2}$	Hareketin İvmesi $a = g \sin \theta$	
θ (der)	$x(m)$	$t(s)$	$t^2(s^2)$	$a(m/s^2)$	$a(m/s^2)$	
10	0.2 (20cm)					

(Yerçekimi ivmesi, $g = 9.80m/s^2$)

Tablo-2: Hareketin ivmesi için deneysel ve beklenen değerlerin karşılaştırılması (yer değiştirme, x=40cm).

Ölçülen		Zamanlayıcı	Hesaplanan	DENEYSEL	BEKLENEN	%Fark ($\pm$)
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Zaman	Zaman Karesi	Hareketin İvmesi $a = \frac{2x}{t^2}$	Hareketin İvmesi $a = g \sin \theta$	
θ (der)	$x(m)$	$t(s)$	$t^2(s^2)$	$a(m/s^2)$	$a(m/s^2)$	
10	0.4 (40cm)					

Tablo-3: Hareketin ivmesi için deneysel ve beklenen değerlerin karşılaştırılması (yer değiştirme, x=60cm).

Ölçülen		ZAMANLAYICI	Hesaplanan	DENEYSEL	BEKLENEN	%Fark ($\pm$)
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Zaman	Zaman Karesi	Hareketin İvmesi $a = \frac{2x}{t^2}$	Hareketin İvmesi $a = g \sin \theta$	
θ (der)	$x(m)$	$t(s)$	$t^2(s^2)$	$a(m/s^2)$	$a(m/s^2)$	
10	0.6 (60cm)					

Tablo-4: Hareketin ivmesi için deneysel ve beklenen değerlerin karşılaştırılması (yer değiştirme, x=80cm).

Ölçülen		ZAMANLAYICI	Hesaplanan	DENEYSEL	BEKLENEN	%Fark ($\pm$)
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Zaman	Zaman Karesi	Hareketin İvmesi $a = \frac{2x}{t^2}$	Hareketin İvmesi $a = g \sin \theta$	
θ (der)	$x(m)$	$t(s)$	$t^2(s^2)$	$a(m/s^2)$	$a(m/s^2)$	
10	0.8 (80cm)					

Tablo-5: Hareketin ivmesi için deneysel ve beklenen değerlerin karşılaştırılması (Yer değiştirme, x=100cm).

Ölçülen		ZAMANLAYICI	Hesaplanan	DENEYSEL	BEKLENEN	%Fark ($\pm$)
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Zaman	Zaman Karesi	Hareketin İvmesi $a = \frac{2x}{t^2}$	Hareketin İvmesi $a = g \sin \theta$	
θ (der)	$x(m)$	$t(s)$	$t^2(s^2)$	$a(m/s^2)$	$a(m/s^2)$	
10	1.0 (100cm)					

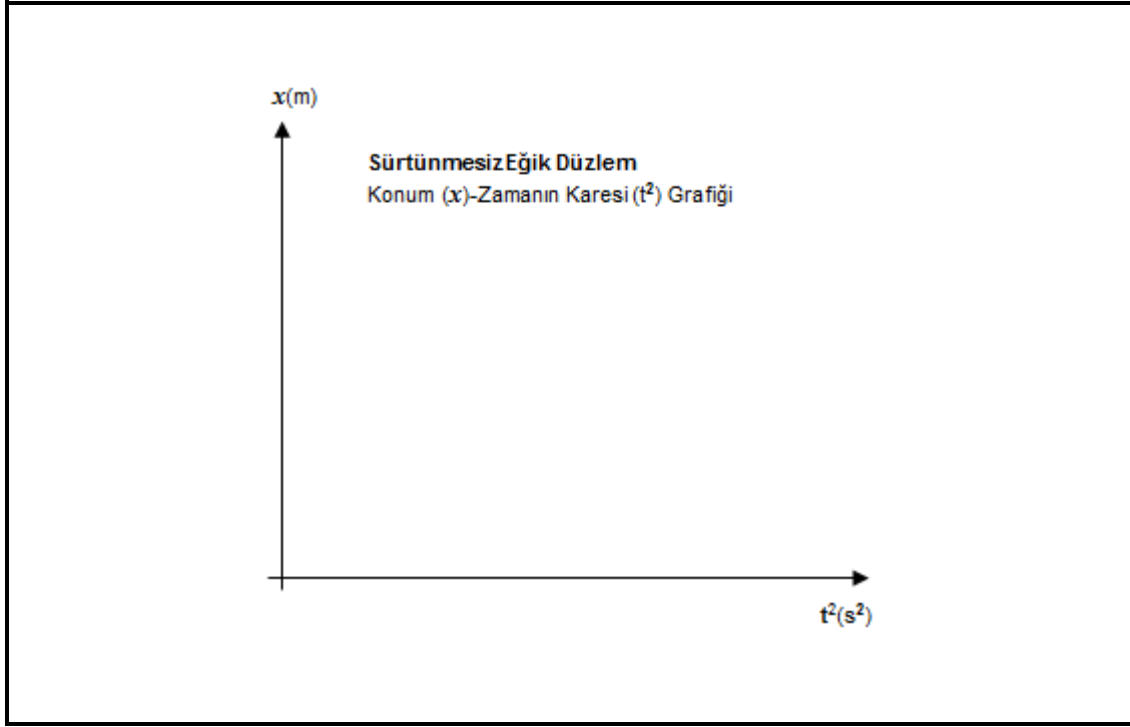
DENEY FÖYÜ-1/BÖLÜM-2:
SÜRTÜNMESİZ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET
“KONUM–ZAMANIN KARESİ” GRAFİĞİNDEN HAREKETİN
İVMESİNİN BELİRLENMESİ

Tablo-6: Sürtünmesiz arabanın eğik düzlemde farklı yer değiştirme mesafelerini alması için geçen zaman.

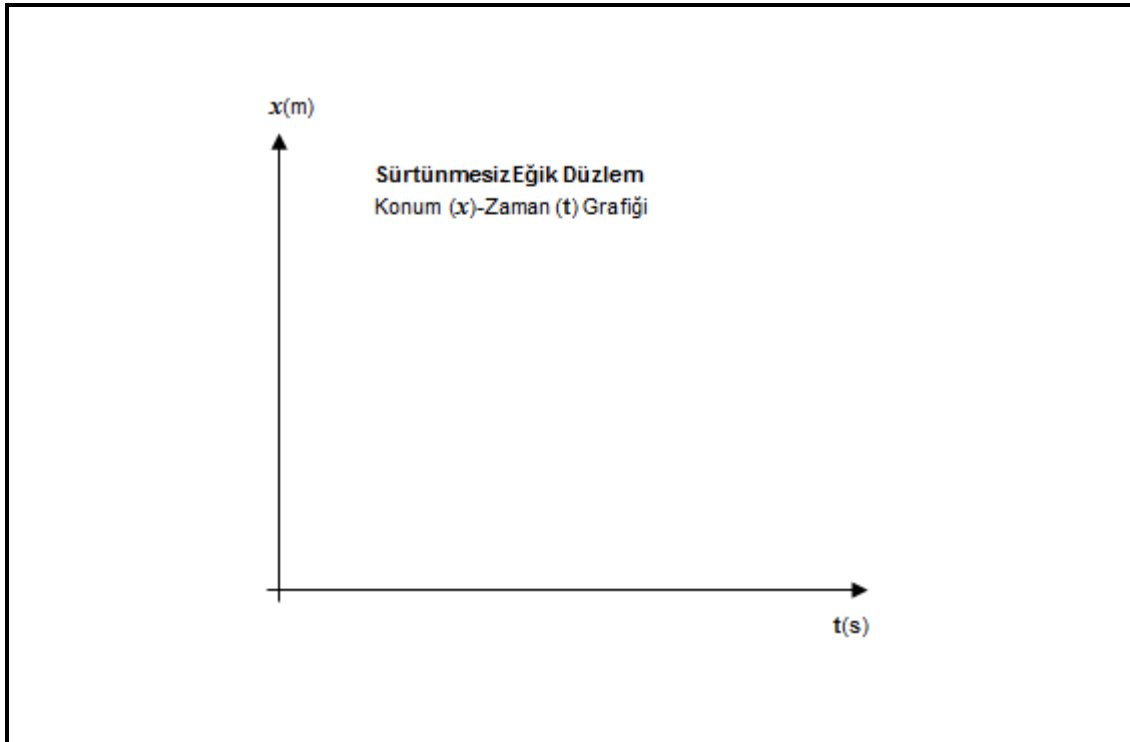
Ölçülen		ZAMANLAYICI		GRAFİK	DENEYSEL
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Zaman		Eğim	Hareketin İvmesi $Eğim = \frac{1}{2}a$
θ (der)	$x(m)$	$t(s)$	$t^2(s^2)$	$Eğim(m/s^2)$	$a(m/s^2)$
10	0.2				
	0.4				
	0.6				
	0.8				
	1.0				

Tablo-7: Hareketin ivmesi için deneysel ve beklenen değerlerin karşılaştırılması.

Ölçülen	DENEYSEL	BEKLENEN	%Fark ($\pm$)
Eğim Açısı	Hareketin İvmesi $Eğim = \frac{1}{2}a$	Hareketin İvmesi $a = g\sin\theta$	
θ (der)	$a(m/s^2)$	$a(m/s^2)$	
10			



Grafik-1: Konum (x)-zamanın karesi (t^2) grafiği.

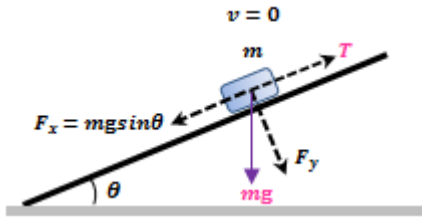
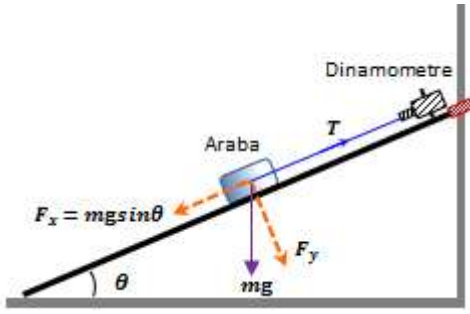


Grafik-2: Yer değiştirme (x)-zaman (t) grafiği.

DENEY FÖYÜ-2:
SÜRTÜNMESİZ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET
Yerçekimi İvmesinin Bulunması

Eğim açısı θ olan bir eğik düzlemde yerçekimi ivmesini incelemek amacıyla düzenlenen bu deney düzeneğinde sürtünmesiz bir araba kullanılacaktır. Eğik düzlemde dengede olan m -kütleli arabaya etki eden eğik düzlemin yüzeyine paralel, yukarı yönlü kuvvet (ipteki gerilme kuvveti) dinamometre ile ölçülecektir. Deneyde, farklı eğim açısı (θ) değerleri için ipteki gerilme kuvveti (T) ölçülür ve bulunan verilerden " $T - \sin\theta$ " grafiği çizilir. Bu grafiğin eğimi, kütle (m) ile yerçekimi ivmesinin (g) çarpımına eşit olacaktır. Böylece, arabanın kütesinin bilinmesi durumunda, yerçekimi ivmesini (g) DENEYSEL olarak bulabiliriz.

1. Aşağıda verilen deney düzeneği hazırlanır. Bu deneyde kütlesi $m = 500gr$ ($0.5kg$) olan bir cisim (sürtünmesiz araba) kullanılacaktır;



- 1.1. Öncelikli olarak rayın, eğim açısı sıfır derece ($\theta = 0^\circ$) olacak şekilde yatay ayarlaması yapılır. Bu işlem, yatay konumda bulunan ray üzerine yerleştirilen bir açı-ölçer yardımıyla yapılır.
- 1.2. Dinamometre, eğik düzlemin (rayın) en ucunda destek çubuğu yardımıyla sabitlenir.

- 1.3. Sürtünmesiz araba, ray üzerine yerleştirilir. Araba ve dinamometre bir ip yardımıyla (ipin boyu en fazla $20cm$ olmalıdır), düzlem yüzeyine paralel olacak şekilde birbirlerine bağlanır.

2. Şimdi, eğik düzlem destek çubuğu aracılığı ile yavaş bir şekilde yükseltilir ve eğim açısı $\theta = 3^\circ$ değerine getirilir;

- 2.1. Eğik düzlem (ray) üzerindeki arabanın, denge konumuna gelmesi beklenir.

- 2.2. Denge durumunda, araba üzerine etki eden kuvvetler, ip boyunca etki eden " T " gerilmesi ile arabanın $W = mg$ ağırlığıdır.

DENEY NOTU:

- Düzenekte m -kütleli arabayı eğik düzlem boyunca aşağı doğru (düzlem yüzeyine paralel) hareket ettiren kuvvet, onun $W = mg$ ağırlığının eğik düzleme paralel bileşeni olan $F_x = mgsin\theta$ kuvvetidir. Kuvveti ölçmek için kullanılan araçlara **dinamometre** denir. Ağırlık yani bir cisme etki eden yer çekimi kuvveti, dinamometre ile ölçülür. Ağırlık (kuvvet) yönü olan bir büyüklük yani vektörel büyüklüktür.

3. Arabaya uygulanan F_x kuvveti (ağırlığın eğik düzleme paralel bileşeni), bu kuvvetle aynı doğrultuda, eşit büyüklükte ve zıt yönlü olan ikinci bir kuvvet (ipteki gerilme kuvveti, T) ile dengelenir.

- 3.1. Kuvvetlerin dengesinden, ipteki gerilme kuvveti (T -kuvveti) düzleme paralel yöndeki kuvvete eşit olacaktır ($T = mgsin\theta$).

- 3.2. Arabanın denge konumunda, dinamometreden ipteki gerilme kuvvetinin büyüklüğü okunur ve $T(N)$ olarak not edilir.

4. Deney işlemleri aşağıda verilen eğim açısı değerleri için tekrarlanarak, ipteki gerilme kuvvetleri ölçülür;

Eğim Açısı (θ)

6°

9°

12°

15°

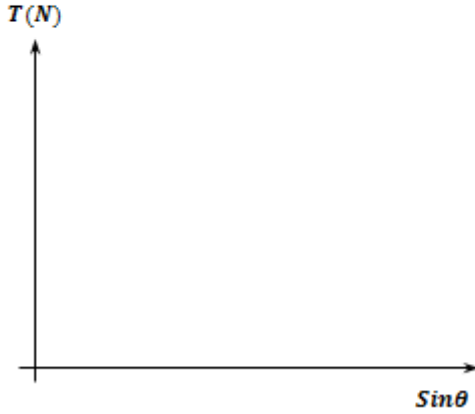
5. Eğim açısının sinüs değerleri hesaplanır ve deney tablosuna not edilir.

Ölçülen	Ölçülen	Dinamometre
Arabanın Kütlesi	Eğim Açısı	Gerilme Kuvveti
$m(kg)$	$\theta(der)$	$T(N)$
0.5kg (500gr)	3°	
	6°	
	9°	
	12°	
	15°	

6. $T(N) - \sin\theta$ grafiği çizilir.

Sürtünmesiz Eğik Düzlem

$T(N) - \sin\theta$ Grafiği



7. Grafikte, veri noktalarından geçen “en uygun doğrusal çizgi” (eğilim çizgisi) oluşturulur. $T(N) - \sin\theta$ grafiği, orijinden geçen düz bir doğru olmalıdır.

- 7.1. Çizilen grafik ve bu grafiğe ait en uygun doğrusal çizginin denklemi ($y = Ax$) belirlenir.

- 7.2. Doğrunun eğimi, A kullanılarak, yerçekimi ivmesi DENEYSEL olarak bulunur ($Eğim = mg$).

DENEY NOTU:

- En uygun doğrunun eğimi arabanın “ mg ” ağırlığına karşılık gelmektedir. Diğer bir ifadeyle, bu doğrunun eğimi, kütle (m) ile yerçekimi ivmesinin (g) çarpımına eşit olacaktır.

- 7.3. Deneysel yerçekimi ivmesi, BEKLENEN değerle ($g = 9.80m/s^2$) karşılaştırılır, %Fark hesabı yapılır;

Deneysel	Beklenen	Hesaplanan
Yerçekimi İvmesi	Yerçekimi İvmesi	
$g(m/s^2)$	$g(m/s^2)$	%Fark ($\pm$)
.....		

10. Deney Raporu

Adı ve Soyadı: _____

Bölüm: _____

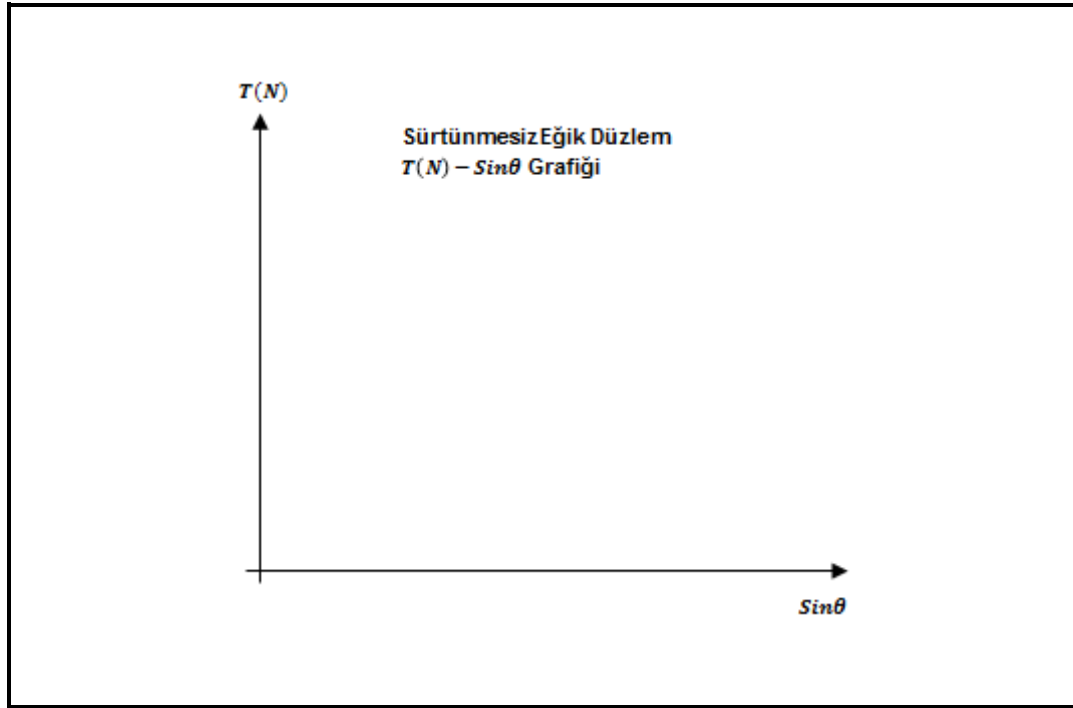
Öğrenci No: _____

Tarih: _____

DENEY FÖYÜ-2:
SÜRTÜNMESİZ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET
Yerçekimi İvmesinin Bulunması

Tablo-1: Sürtünmesiz eğik düzlemde yerçekimi ivmesinin belirlenmesi.

Ölçülen	Ölçülen		Dinamometre	GRAFİK	DENEYSEL
Arabanın Kütlesi	Eğim Açısı		Gerilme Kuvveti	Eğim	Yerçekimi İvmesi $Eğim = mg$
$m(kg)$	$\theta(der)$	$Sin\theta$	$T(N)$	$Eğim(kg.m/s^2)$	$g(m/s^2)$
0.5kg (500gr)	3				
	6				
	9				
	12				
	15				

Grafik-1: $T(N) - \sin\theta$ değişim grafiği.

Tablo-2: Yerçekimi ivmesi için deneysel ve beklenen değerlerin karşılaştırılması.

Ölçülen	DENEYSEL	BEKLENEN	Hesaplanan
Arabanın Kütlesi	Yerçekimi İvmesi $Eğim = mg$	Yerçekimi İvmesi	%Fark ($\pm$)
$m(kg)$	$g(m/s^2)$	$g(m/s^2)$	
0.5			

DENEY FÖYÜ-3:
SÜRTÜNMELİ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET
Sürtünme Katsayısı ve Sürtünme Kuvvetinin Bulunması

Deneyin bu bölümünde, sürtünme katsayısı ve sürtünme kuvveti deneysel olarak belirlenecektir. Eğik düzlemdeki bir kütlenin kayma öncesi (kayma başlangıcındaki) denge durumu incelenerek, kütle ile eğik düzlem arasındaki **statik sürtünme katsayısı** (μ') hesaplanabilir. Sürtünmeli eğik düzlemde net kuvvetin sıfıra eşit olması durumunda ($\Sigma F_x = 0$), sınır açısı yani cismin sürtünmeli eğik düzlemde tam kaymaya başladığı andaki açı (θ_s) ile statik sürtünme katsayısı (μ') arasında aşağıda verilen bağıntı vardır;

$$\mu' = \tan \theta_s$$

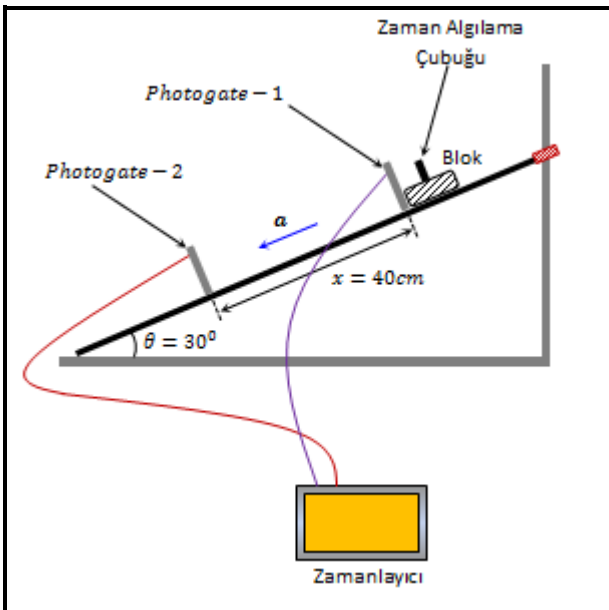
Bununla beraber, **kinetik sürtünme katsayısını** (μ) deneysel olarak belirlemek için eğik düzlemde bir cismin ivmeli hareketi incelenir. Öncelikli olarak eğik düzlemin eğim açısı (θ), sınır açısı (θ_s) değerinden yüksek bir değere ayarlanarak ($\theta > \theta_s$) cismin sabit ivmeli hareket yapması sağlanır. Sonrasında, cismin belirli bir x yer değiştirmesi mesafesini ne kadar zamanda (t) aldığı ZAMANLAYICI cihazı kullanılarak ölçülür ve hareketin ivmesi (a) deneysel olarak belirlenir;

$$a = \frac{2x}{t^2}$$

Bu ivme (a) değerinden, **kinetik sürtünme katsayısının** deneysel değeri (μ) aşağıdaki bağıntıdan hesaplanır;

$$\mu = \frac{(g \sin \theta - a)}{g \cos \theta}$$

Statik ve kinetik **sürtünme kuvvetleri** ise statik sürtünme katsayısı (μ') ve kinetik sürtünme katsayısından (μ) bulunur.



1. Sürtünmeli eğik düzlemde hareket deneyi için hazırlanan düzenek yanda verilmiştir.

2. Öncelikli olarak, sürtünmeli eğik düzlemde **sınır açısı** (θ_s) belirlenecektir. Bu işlem için;

2.1. Açı-ölçer yardımıyla eğik düzlem, eğim açısı sıfır derece ($\theta = 0^\circ$) olacak şekilde, yani yatay olarak ayarlanır. Sonrasında, blok, yatay ayarlanan eğik düzlem üzerinde bir konuma yerleştirilir.

2.2. Blok, harekete (kaymaya) başlayana kadar eğik düzlemin eğim açısı (**düzlemin yatayla yaptığı açı**) yavaş yavaş artırılır.

2.3. Hareket eşliğinde, eğik düzlemin eğim açısı (yani bloğun sürtünmeli eğik düzlemde tam kaymaya başladığı andaki açı) bir **açı-ölçer** yardımıyla ölçülür. Bu değer veri tablosuna, **sınır açısı** θ_s olarak not edilir.

DENEY NOTU:

– Sürtünme katsayısı eğik düzlem üzerinde her noktada farklı olabilir. Burada önemli olan; sınır açısının yani kritik sürtünme açısının (θ_s), bloğun eğik düzlemin farklı noktalarına yerleştirilerek belirlenmesidir. Ölçülen açı değerleri yaklaşık olarak birbirine eşit olmalıdır.

3. Sınır açısı (kayar nesnenin harekete başladığı andaki açı) değerinden, sürtünme katsayısı (statik sürtünme katsayısı) için DENEYSEL değer (μ') hesaplanır;

$$\mu' = \tan \theta_s$$

Hesaplanan bu değer deney raporuna not edilir.

Statik Sürtünme Katsayısı

$\theta_s(\text{der})$

μ'

.....

.....

4. Şimdi, açı-ölçer yardımıyla, eğik düzlemin eğim açısı $\theta = 30^\circ$ değerine getirilir. Bloğun ivmeli hareket yapmasını sağlamak için eğim açısı, sınır açısı değerinin üstünde bir değerde olmalıdır ($\theta > \theta_s$).
5. Eğik düzlemde Photogate-1 ile Photogate-2 sensörü arası uzaklık, $x = 0.4m$ (40cm) olarak ayarlanır. Bu mesafe (x), sürtülmeli eğik düzlemde **ilk hızsız** serbest bırakılan cismin aldığı yolu (yer değiştirmesini) verecektir.
6. Şimdi, zaman algılama çubuğu sürtülmeli hareket yapacak olan bloğun üst kısmındaki girişine takılır.

- 6.1. Sürtülmeli hareket yapacak olan bloğun toplam kütlesi (m) ölçülür. Bu deneyde kullanılan bloğun toplam kütlesi (blok ve zaman algılama çubuğu) aşağıda verilmiştir;

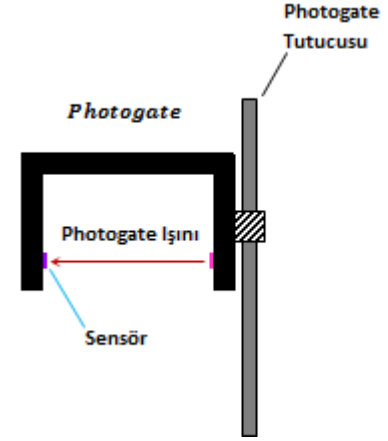
$$m = 0.160kg \text{ (160gr)}$$

- 6.2. Blok, Photogate-1 "**Blokesiz**" olacak şekilde, tam önüne yerleştirilir.

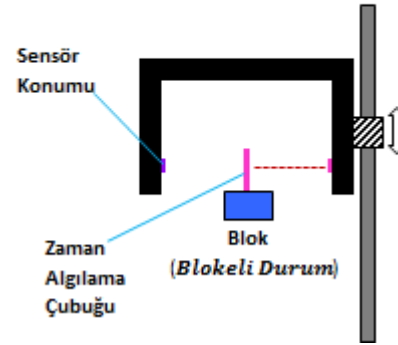
DENEY NOTU:

- Sensör üzerine photogate ışını düştüğünde oluşan duruma "**Blokesiz**" durum denir. Photogate ışını ile sensör arasına bir engel (zaman algılama çubuğu) girdiği duruma ise "**Blokel**" durum denir. Blok (cisim), eğik düzlem boyunca hareket ettiğinde, bloğun üst kısmına yerleştirilen zaman algılama çubuğu her iki sensörü "**Blokel**" etmelidir. Yani, eğik düzlem boyunca her iki sensör, cisim üzerindeki zaman algılama çubuğunu görmelidir (bloğu değil). Bu nedenle, zaman algılama çubuğunun Photogate-1 ve Photogate-2 sensörleri ile hizalama işlemi, photogate aşağı veya yukarı yönde tutucusu üzerinde hareket ettirilerek dikkatli bir şekilde yapılmalıdır.

- 6.3. Eğik düzlem üzerine yerleştirilen blok, üstündeki zaman algılama çubuğu [Photogate-1 ışınının hemen önünde](#) olacak şekilde ayarlanmalıdır. Diğer bir ifadeyle photogate-1 "**Blokesiz**" durumda olmalıdır.



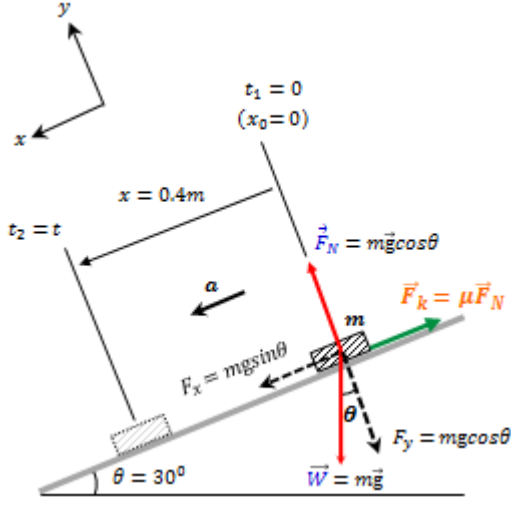
Zaman Algılama Çubuğu ile Sensör Konumunun Hizalanması
(Önden Görünüş)



7. Veri toplama işlemi (ölçüm zamanını) başlatmak için zamanlayıcıda "**BAŞLAT**" butonuna tıklanır;



8. Blok, SÜRTÜNMELİ hareket yapması için serbest (ilk hızsız) bırakılır. Harekete (kaymaya) başlayan m-kütleli bloğa etki eden kuvvetler şu şekilde olacaktır;



- 8.1. Zaman (t) ölçme işlemi, blok üzerindeki zaman algılama çubuğunun birinci Photogate ışınına ilk blok etmesiyle başlar (**1.Blokeli Durum**) ve ikinci Photogate ışını blok oluncaya kadar (**2.Blokeli Durum**) devam eder.

- 8.2. Zaman ölçme çubuğu tarafından oluşturulan bu iki "Blokeli" durum arasındaki zaman uzunluğu, blok zamanını (t) olup, sürtünmeli hareket yapan bloğun $x = 0.4m$ yer değiştirmesi için geçen zamanı verecektir. Bu zaman uzunluğu ekranda, " $t_{1.ph-2.ph}$ " olarak görüntülenecektir;



- $t_{1.ph}$: Bloğun **1.sensörden** geçiş süresi (ZAMAN ALGILAMA ÇUBUĞUNUN BLOK SÜRESİ),
- $t_{1.ph-2.ph}$: Bloğun **1. ve 2. sensör** arasındaki mesafeyi alma süresi (İKİ BLOK ARASI SÜRE),
- $t_{2.ph}$: Bloğun **2.sensörden** geçiş süresi (ÇUBUĞUNUN BLOK SÜRESİNİ).

9. Hareketin ivmesi olan kayma ivmesi (a), bloğun $x = 0.4m$ yolunu alması için geçen zaman (t) kullanılarak hesaplanır;

- 9.1. Zaman (t) ve yer değiştirme (x) tarafından, eğik düzlemde hareket eden cismin ivmesi (a) şu şekilde bulunur;

$$a = \frac{2x}{t^2}$$

Hesaplamalarda, pozitif x -ekseni yönü aşağı doğru alınır.

$x(m)$	$t(sn)$	$a (m/s^2)$
.....		

- 9.2. Belirlenen bu ivme değeri, "DENEYSEL" değer olarak veri tablosuna not edilir.

10. Kayma ivmesi (a) ve eğim açısı (θ) kullanılarak, **kinetik sürtünme** katsayısının DENEYSEL değeri (μ) aşağıda verilen bağıntı kullanılarak hesaplanır;

$$\mu = \frac{(g \sin \theta - a)}{g \cos \theta}$$

Yerçekimi ivmesi, $g = 9.80m/s^2$ alınır.

Kinetik Sürtünme Katsayısı			
$a (m/s^2)$	$\theta (der)$	$g(m/s^2)$	μ
.....			

Burada;

11. Şimdi, kinetik sürtünme katsayısının DENEYSEL değeri kullanılarak, **kinetik sürtünme kuvveti** (F_k) belirlenir;

Kinetik Sürtünme Kuvveti

$$F_k = \mu mg \cos \theta$$

12. Benzer şekilde, “sınır açısı θ_s ” tarafından bulunan **statik sürtünme katsayısı** (μ') kullanılarak, statik sürtünme kuvvetinin deneysel değeri (F_s) bulunur;

Statik Sürtünme Kuvveti

$$F_s = \mu' mg \cos \theta$$

13. Eğik düzlem üzerinde;

$$F_x > (F_s)_{Max} \quad (Net \ Kuvvet, \ \Sigma F_x > 0)$$

olması nedeniyle blok kayma hareketi yapar.

- 13.1. Blok eğik düzlem üzerinde kaymaya başladığı anda, F_s sürtünme kuvveti azalır (*maksimum* F_s değerinden daha küçük bir F_k değerine düşer) ve kinetik sürtünme kuvveti hareketli bloğa etki etmeye başlar. Blok artan bir hızla hareketine devam eder ancak kinetik sürtünme kuvveti F_k sabit kalır.

- 13.2. Kinetik sürtünme katsayısı, statik sürtünme katsayısından daha küçük değerdedir ($\mu < \mu'$).

- 13.3. Statik sürtünme katsayısı (μ') ve kinetik sürtünme katsayısı (μ) arasındaki “fark” kullanılarak, DEĞİŞİM ORANI hesaplanır;

$$\Delta\mu = \mu' - \mu$$

$$\Delta\mu (\%) = \left| \frac{\Delta\mu}{\mu'} \right| \times 100$$

14. Benzer şekilde, statik sürtünme kuvveti (F_s) ve kinetik sürtünme kuvveti (F_k) karşılaştırılarak aradaki “değişim oranı” belirlenir;

DENEYSEL	DENEYSEL	Değişim Oranı
Kinetik Sürtünme Kuvveti	Statik Sürtünme Kuvveti	
$F_k = \mu mg \cos \theta$	$F_s = \mu' mg \cos \theta$	
$F_s(N)$	$F_s(N)$	$\Delta F (\%)$
.....		

DENEY NOTU:

- Statik sürtünme kuvvetinin (F_s) hesaplanmasında statik sürtünme katsayısı (μ'), kinetik sürtünme kuvvetinin (F_k) hesaplanmasında ise kinetik sürtünme katsayısı (μ) geçerlidir.

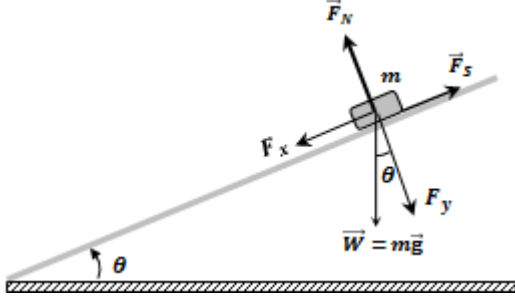
15. Aşağıda verilen farklı yer değiştirme mesafeleri yani farklı iki Photogate arası mesafeler için deney tekrar edilir;

$x(m)$		
0.6	0.8	1.0

16. Farklı tür malzeme yüzeyleri arası statik (μ') ve kinetik (μ) sürtünme katsayılarının belirlenmesi için hangi yöntemler kullanılır, kısaca anlatılır. Sürtünmeli eğik düzlemde hareket eden bir kütle için bu kütle üzerine etki eden kuvvetler deney raporunda şekil üzerinde gösterilir.

17. Sürtünmeli eğik düzlem üzerinde bulunan m kütleli bir blok için serbest cisim diyagramını çiziniz?. Bu blok için hareket şartı nedir, ilgili bağıntı ile açıklayınız.

18. Katı bir cisim (blok) aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi sürtünmeli bir eğik düzlem üzerine konuluyor. Bu eğik düzlemin eğim açısı θ , cisim kaymaya başlayınca kadar artırılıyor.



- Kaymanın başladığı andaki θ_s sınır açısı ölçülerek, statik sürtünme katsayısının (μ') nasıl bulunabileceği kısaca açıklanır.
 - İki malzeme arasındaki **statik** sürtünme katsayısının (μ'), hareketin başladığı andaki açının tanjantına eşit olduğu ilgili bağıntılar kullanılarak gösterilir.
19. Newton'un ikinci hareket yasası kullanılarak eğim açısı θ olan bir eğik düzlemde hareket eden m kütleli bir cismin ivmesinin (a), kinetik sürtünme katsayısının (μ) bir fonksiyonu olarak nasıl bulunduğu deney raporunda gösterilir?.

11. Deney Raporu

Adı ve Soyadı: _____

Bölüm: _____

Öğrenci No: _____

Tarih: _____

DENEY FÖYÜ-3:
SÜRTÜNME Lİ EĞİK DÜZLEMDE HAREKET
Sürtünme Katsayısı ve Sürtünme Kuvvetinin Bulunması

Cismin Kütlesi, $m(kg)$: 0.160kg (=160gr)
 Sınır Açısı, $\theta_s(der)$: 10^0
 Yer Değiştirme Mesafesi, $x(m)$: 0.4m (=40cm)

Tablo-1: Kinetik sürtünme katsayısının (μ) bulunması.

Ölçülen		ZAMANLAYICI	Hesaplanan	DENEYSEL	DENEYSEL
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Zaman	Zaman Karesi	Hareketin İvmesi $a = \frac{2x}{t^2}$	Kinetik Sürtünme Katsayısı $\mu = \frac{(g \sin \theta - a)}{g \cos \theta}$
$\theta (der)$	$x(m)$	$t(s)$	$t^2(s^2)$	$a(m/s^2)$	μ
30	0.4 (40cm)				

(Yerçekimi ivmesi, $g=9.80m/s^2$)

Tablo-2: Kinetik sürtünme katsayısının statik sürtünme katsayısıyla karşılaştırılması.

Ölçülen		ZAMANLAYICI	DENEYSEL	DENEYSEL	Değişim Oranı
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Zaman	Kinetik Sürtünme Katsayısı $\mu = \frac{(g \sin \theta - a)}{g \cos \theta}$	Statik Sürtünme Katsayısı $\mu' = \tan \theta_s$	
$\theta (der)$	$x(m)$	$t(s)$	μ	μ'	$\Delta \mu (\%)$
30	0.4 (40cm)				

Tablo-3: Kinetik ve statik sürtünme kuvvetinin karşılaştırılması.

Ölçülen			DENEYSEL	DENEYSEL	Değişim Oranı
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Kütle	Kinetik Sürtünme Kuvveti $F_k = \mu mg \cos \theta$	Statik Sürtünme Kuvveti $F_s = \mu' mg \cos \theta$	
θ (der)	$x(m)$	$m(kg)$	$F_k(N)$	$F_s(N)$	ΔF (%)
30	0.4 (40cm)	0.160 (160g)			

Cismin Kütlesi, $m(kg)$: 0.160kg (=160gr)
 Sınır Açısı, $\theta_s(der)$: 10^0
 Yer Değiştirme Mesafesi, $x(m)$: 0.6m (=60cm)

Tablo-4: Kinetik sürtünme katsayısının (μ) bulunması.

Ölçülen		ZAMANLAYICI	Hesaplanan	Deneysel	Deneysel
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Zaman	Zaman Karesi	Hareketin İvmesi $a = \frac{2x}{t^2}$	Kinetik Sürtünme Katsayısı $\mu = \frac{(g \sin \theta - a)}{g \cos \theta}$
$\theta (der)$	$x(m)$	$t(s)$	$t^2(s^2)$	$a(m/s^2)$	μ
30	0.6 (60cm)				

Tablo-5: Kinetik sürtünme katsayısının statik sürtünme katsayısıyla karşılaştırılması.

Ölçülen		ZAMANLAYICI	Deneysel	Deneysel	Değişim Oranı
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Zaman	Kinetik Sürtünme Katsayısı $\mu = \frac{(g \sin \theta - a)}{g \cos \theta}$	Statik Sürtünme Katsayısı $\mu' = \tan \theta_s$	
$\theta (der)$	$x(m)$	$t(s)$	μ	μ'	$\Delta \mu (\%)$
30	0.6 (60cm)				

Tablo-6: Kinetik ve statik sürtünme kuvvetinin karşılaştırılması.

Ölçülen			Deneysel	Deneysel	Değişim Oranı
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Kütle	Kinetik Sürtünme Kuvveti $F_k = \mu mg \cos \theta$	Statik Sürtünme Kuvveti $F_s = \mu' mg \cos \theta$	
$\theta (der)$	$x(m)$	$m(kg)$	$F_k(N)$	$F_s(N)$	$\Delta F (\%)$
30	0.6 (60cm)	0.160 (160g)			

Cismin Kütlesi, $m(kg)$: 0.160kg (=160gr)
 Sınır Açısı, $\theta_s(der)$: 10^0
 Yer Değiştirme Mesafesi, $x(m)$: 0.8m (=80cm)

Tablo-7: Kinetik sürtünme katsayısının (μ) bulunması.

Ölçülen		ZAMANLAYICI	Hesaplanan	DeneySEL	DeneySEL
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Zaman	Zaman Karesi	Hareketin İvmesi $a = \frac{2x}{t^2}$	Kinetik Sürtünme Katsayısı $\mu = \frac{(g \sin \theta - a)}{g \cos \theta}$
$\theta (der)$	$x(m)$	$t(s)$	$t^2(s^2)$	$a(m/s^2)$	μ
30	0.8 (80cm)				

Tablo-8: Kinetik sürtünme katsayısının statik sürtünme katsayısıyla karşılaştırılması.

Ölçülen		ZAMANLAYICI	DeneySEL	DeneySEL	Değişim Oranı
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Zaman	Kinetik Sürtünme Katsayısı $\mu = \frac{(g \sin \theta - a)}{g \cos \theta}$	Statik Sürtünme Katsayısı $\mu' = \tan \theta_s$	
$\theta (der)$	$x(m)$	$t(s)$	μ	μ'	$\Delta \mu (\%)$
30	0.8 (80cm)				

Tablo-9: Kinetik ve statik sürtünme kuvvetinin karşılaştırılması.

Ölçülen			DeneySEL	DeneySEL	Değişim Oranı
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Kütle	Kinetik Sürtünme Kuvveti $F_k = \mu mg \cos \theta$	Statik Sürtünme Kuvveti $F_s = \mu' mg \cos \theta$	
$\theta (der)$	$x(m)$	$m(kg)$	$F_k(N)$	$F_s(N)$	$\Delta F (\%)$
30	0.8 (80cm)				

Cismin Kütlesi, $m(kg)$: 0.160kg (=160gr)
 Sınır Açısı, $\theta_s(der)$: 10^0
 Yer Değiştirme Mesafesi, $x(m)$: 1.0m (=100cm)

Tablo-10: Kinetik sürtünme katsayısının (μ) bulunması.

Ölçülen		ZAMANLAYICI	Hesaplanan	DeneySEL	DeneySEL
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Zaman	Zaman Karesi	Hareketin İvmesi $a = \frac{2x}{t^2}$	Kinetik Sürtünme Katsayısı $\mu = \frac{(g\sin\theta - a)}{g\cos\theta}$
$\theta (der)$	$x(m)$	$t(s)$	$t^2(s^2)$	$a(m/s^2)$	μ
30	1.0 (100cm)				

Tablo-11: Kinetik sürtünme katsayısının statik sürtünme katsayısıyla karşılaştırılması.

Ölçülen		ZAMANLAYICI	DeneySEL	DeneySEL	Değişim Oranı
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Zaman	Kinetik Sürtünme Katsayısı $\mu = \frac{(g\sin\theta - a)}{g\cos\theta}$	Statik Sürtünme Katsayısı $\mu' = \tan\theta_s$	
$\theta (der)$	$x(m)$	$t(s)$	μ	μ'	$\Delta\mu (\%)$
30	1.0 (100cm)				

Tablo-12: Kinetik ve statik sürtünme kuvvetinin karşılaştırılması.

Ölçülen			DeneySEL	DeneySEL	Değişim Oranı
Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Kütle	Kinetik Sürtünme Kuvveti $F_k = \mu mg\cos\theta$	Statik Sürtünme Kuvveti $F_s = \mu' mg\cos\theta$	
$\theta (der)$	$x(m)$	$m(kg)$	$F_k(N)$	$F_s(N)$	$\Delta F (\%)$
30	1.0 (100cm)	0.160 (160g)			

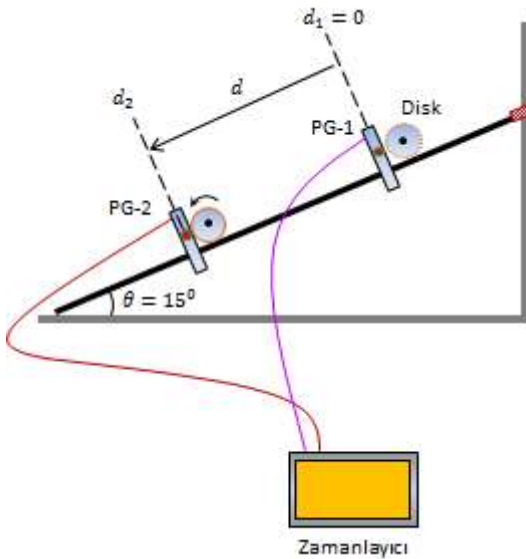
DENEY FÖYÜ-4:
EĞİK DÜZLEMDE YUVARLANMA HAREKETİ
Disk Hızının Belirlenmesi ve Mekanik Enerjinin Korunumu

Deneyin bu bölümünde, eğik düzlem üzerinde yuvarlanan bir diskin (katı cismin) mekanik enerjisinin korunumu araştırılacaktır. Eğik düzlemin üst kısmından belirli bir yükseklikte ilk hızsız, serbest bırakılan disk başlangıçta potansiyel enerjiye (U) sahiptir. Yuvarlanma hareketine başlayan disk, eğik düzlemde aşağıya doğru hareket ederek hızlanır ve kinetik enerji (K) kazanır. Eğer sürtünme ihmal edilebilecek kadar küçükse potansiyel enerji tümüyle kinetik enerjiye dönüşür. Enerjinin korunumuna göre diskin hareketi boyunca kinetik enerji ve potansiyel enerji değişir fakat toplam mekanik enerji (E) değişmez. Mekanik enerji (E), sistemin kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamı olarak tanımlanır; $E = K + U$

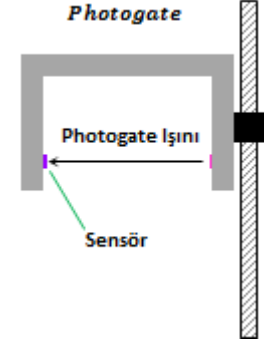
Mekanik enerjinin korunumuna göre, ilk hızsız ($d_1 = 0$) yuvarlanma hareketine başlayan diskin POTANSİYEL ENERJİSİNDEKİ kayıp, bu diskin " d " mesafesinde kazandığı DÖNME kinetik enerjisi ile ÖTELEME kinetik enerjisinin toplamına eşit olmalıdır. Dolayısıyla, mekanik enerjinin korunumuna göre enerji değişimlerinin toplamının sıfır olması gerekir; $\Delta E = \Delta K + \Delta U \rightarrow \Delta E = 0$

Eğik düzlemde diskin aldığı d yolu (yer değiştirmesi), diskin kütle (ağırlık) merkezine göre ölçülür.

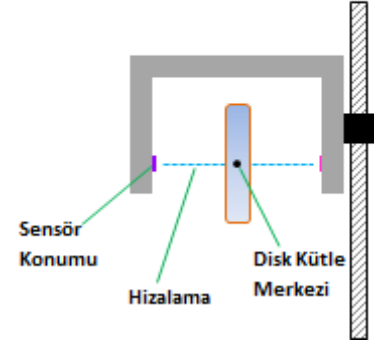
1. Deney düzeneği aşağıda verildiği şekildedir. Öncelikle, eğik düzlem yatayla sıfır derece olacak şekilde ayarlanır ve sonrasında eğik düzlemin yatay konum ile arasındaki eğim açısı $\theta = 15^\circ$ değerine getirilir.



2. İki Photogate (PG-1 ve PG-2) arası mesafe $d = 30\text{cm}$ olarak ayarlanır. Bu mesafe, yuvarlanma hareketinde disk kütle merkezinin yer değiştirmesini verecektir.
3. Eğik düzlemde yuvarlanma hareketi yapacak olan diskin kütle merkezi (diskin orta noktası), her bir Photogate'in kenarındaki sensör ile aynı yükseklikte olacak şekilde hizalanmalıdır. Buna göre, 2. Photogate (PG-2) içinden geçecek olan diskin uzunluğu, disk çapına eşit olacaktır.



Disk Kütle Merkezi ile Sensör Konumunun Hizalanması (Önden Görünüş)



DENEY NOTU:

- Photogate, noktasal bir ışık kaynağı ile bu kaynağının karşısına gelecek şekilde yerleştirilmiş ışık algılayan bir sensörden oluşur. Diskin kütle merkezi (orta noktası) ile Photogate sensörünün aynı yükseklikte hizalama işleminin dikkatli bir şekilde yapılmaması, deneysel sonuçlarda hataya neden olacaktır. Hizalama işlemi, Photogate aşağı veya yukarı yönde tutucusu üzerinde hareket ettirilerek yapılır. Zamanlayıcı ile ölçülen "Blok Zamanı", Photogate içinden yuvarlanan diskin çap uzunluğuna bağlıdır.

4. Yuvarlanma hareketinde kullanılacak diskin kütlesi (M) ve çapı ($\emptyset$) ölçülür. Bu deneyde değerler şöyledir;

$$M = 60gr \text{ (} 0.06kg \text{)}$$

$$\emptyset = 6cm$$

- 3.1. Sensör üzerine ışık düştüğünde oluşan duruma “*Blokesiz*” durum denir. Işık kaynağı ile sensör arasına bir engelin (burada diskin geçiş uzunluğu) girdiği duruma ise “*Blokeli*” durum denir. Eğik düzlem üzerinde diskin kütle merkezi ile photogate “sensörü” aynı yükseklikte olacak şekilde hizalanırsa, diskin geçiş uzunluğu diskin çap uzunluğuna ($\emptyset$) eşit olacaktır.

- 3.2. Diskin çap uzunluğu ($\emptyset$) nedeniyle oluşan bu “*Blokeli*” ve “*Blokesiz*” durumlar arasındaki zaman uzunluğu, **BLOK ZAMANINI** (t) verecektir.

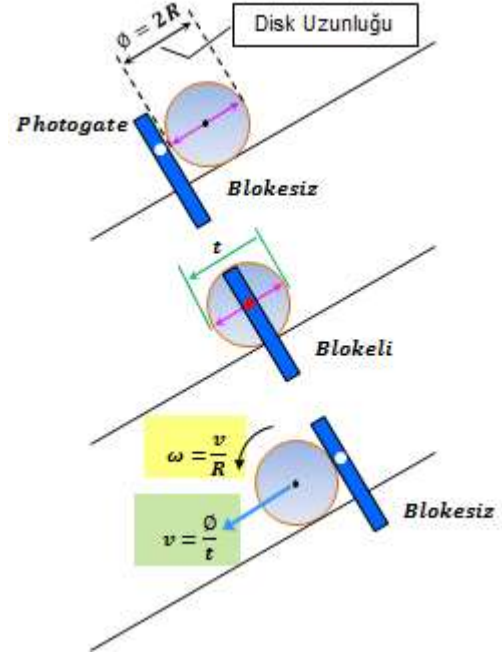
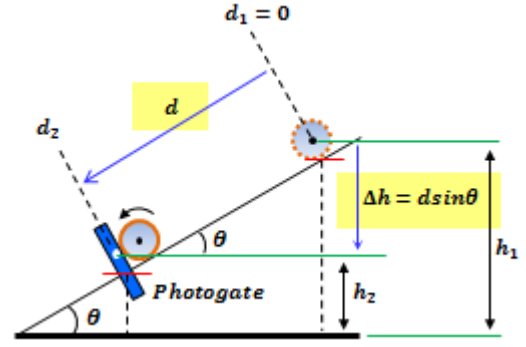
5. Başlama noktasından ($d_1 = 0$) ilk hızsız yuvarlanma hareketine bırakılacak olan disk, eğik düzlem boyunca $d = 30cm$ kadar yol alması durumunda, bu yer değiştirme mesafesine karşılık gelen **YÜKSEKLİK DEĞİŞİMİ** (Δh) için aşağıdaki bağıntı geçerlidir;

$$\Delta h = d \sin \theta$$

6. Eğik düzlem boyunca aşağı doğru yuvarlanan diskin “ d ” kadar yer değiştirmesi sonucu oluşan **YÜKSEKLİK DEĞİŞİMİ** (Δh) ve çap uzunluğu ($\emptyset$) nedeniyle **PG-2**’de oluşan “*Blokeli*” ve “*Blokesiz*” durumlar arasındaki **BLOK ZAMANI** (t).

7. Yuvarlanan disk eğik düzlem boyunca Δh dikey mesafe (yükseklik) kadar yer değiştirirse, bu diskin **POTANSİYEL ENERJİSİNDEKİ DEĞİŞİM** şu şekildedir;

$$\Delta U = Mg\Delta h = Mgd \sin \theta$$



DENEY NOTU:

- ZAMANLAYCI tarafından $\emptyset$ disk çapının 2. Photogate (PG-2) içinden geçiş zamanı (t), PG-2 “*Blokeli*” olduğu an başlar ve PG-2 “*Blokesiz*” olana kadar devam eder. “*Blokeli*” ve “*Blokesiz*” kapı durumu arasındaki bu zaman uzunluğu, yuvarlanan diskin çap uzunluğu tarafından oluşturulan **BLOK ZAMANINI** (t) verecektir. Açısal hız (ω) ve çizgisel hız (v) arasında $\omega = v/R$ ilişkisi vardır.

8. Disk, PG-1 "Blokesiz" olacak şekilde bu sensörün tam önüne yerleştirilir.
9. Veri toplama işlemini (ölçüm zamanını) başlatmak için zamanlayıcıda "**BAŞLAT**" butonuna tıklanır;



10. Disk, eğik düzlem boyunca " d " mesafesi kadar aşağı doğru yuvarlanma hareketi yaparak 2. Photogate (PG-2) içinden geçtiği anda, zamanlayıcı tarafından alınan ölçüm sonlanacaktır. Ekrandan, disk çap uzunluğunun ($\emptyset$) PG-2 içinden geçiş zamanı olan **BLOK ZAMANI** ($t = t_{2,ph}$) okunur.



Burada;

- $t_{1,ph}$: Diskin 1. sensörden geçiş süresi (DİSK ÇAP UZUNLUĞUNUN BLOK SÜRESİ),
- $t_{1,ph-2,ph}$: Diskin 1. ve 2. sensör arasındaki " d " mesafesini alma süresi (İKİ BLOK ARASI SÜRE),
- $t_{2,ph}$: Diskin 2. sensörden geçiş süresi (DİSK ÇAP UZUNLUĞUNUN BLOK SÜRESİ).

11. Aynı işlemler aşağıda verilen FARKLI disk yer değiştirme mesafeleri (d) için tekrarlanır;

Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Yükseklik Değişimi	Ölçülen Zaman
θ (der)	$d(m)$	$\Delta h(m)$	$t(sn)$
15	0.4		
	0.5		
	0.6		
	0.7		

12. Ölçülen blok zamanından ($t = t_{2,ph}$), yuvarlanan diskin her bir d mesafesi sonunda 2. Photogate (PG-2) içinden geçerken ki son hızı (v) belirlenir. Eğik düzlem üzerinde d -mesafesi kadar yer değiştiren disk kütle merkezinin bu mesafedeki **SON HIZI** (v);

$$v = \frac{\emptyset}{t} \quad (\text{DENEYSEL})$$

ile hesaplanır. Burada, disk çapı $\emptyset$; diskin 2. Photogate içinden geçiş uzunluğudur. Bulunan sonuç DENEYSEL değer olarak not edilir;

Eğim Açısı	Yer Değiştirme	Ölçülen Zaman	Diskin Hızı
		(Zamanlayıcı)	(Deneysel)
θ (der)	$d(m)$	$t(sn)$	$v(m/s)$
15	0.3		
	0.4		
	0.5		
	0.6		
	0.7		

- 12.1. Diskin son hızının BEKLENEN değeri ise şu şekilde hesaplanır;

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} g \Delta h} \quad (\text{BEKLENEN})$$

12.2. Yuvarlanma hareketinde disk kütle merkezinin hızı (v) için bulunan DENEYSEL değer, BEKLENEN değerle karşılaştırılarak “%Hata” hesaplanır.

12.3. Kaymadan yuvarlanan bir cismin açısal hızı ve ivmesi ile bu cisim üzerindeki bir noktanın çizgisel hızı ve ivmesi arasında nasıl bir bağıntı vardır?.

13. Şimdi, ÖTELEME ve DÖNME HAREKETİ yapan diskin, $d = 30\text{cm}$ yer değiştirmesi durumunda “**kinetik enerji değişimi (ΔK)**” belirlenecektir;

13.1. Dönen diskin toplam kinetik enerjisi, onun kütle merkezinin öteleme kinetik enerjisinin ve dönme kinetik enerjisinin toplamına eşittir.

DENEY NOTU:

- Kaymadan yuvarlanma hareketinde birleşik hareket, kütle merkezinin (CM) ötelenmesi ve kütle merkezi etrafındaki dönme hareketi olarak kabul edilir. Katı cismin kütle merkezi öteleme hareketi yaparken, bu cisim aynı zamanda kütle merkezi (kütle merkezinden geçen eksen) etrafındaki dönme hareketinden dolayı bir açısal hızı (ω) sahiptir. Disk ilk hızsız yuvarlanma hareketine başladığı için başlangıç noktasında ($d_1 = 0$) diskin ilk kinetik enerjisi (öteleme ve dönme kinetik enerjileri) sıfır kabul edilir.

13.2. Sistemin *başlangıç* enerjisi, diskin “ M ” kütlelerinin potansiyel enerjisi olan;

$$U = Mgh \quad (\text{İlk Enerji})$$

kadardır.

13.3. Yuvarlanma hareketinde diskin kütle merkezi “ d ” mesafesi kadar yer değiştirirse, yükseklik değişimi “ Δh ” kadar olur. Bu nedenle potansiyel enerji değişimi (ΔU);

$$\Delta U = Mg\Delta h \quad (\text{Potansiyel Enerji Değişimi})$$

olacaktır. Burada, $\Delta h = d\sin\theta$ değerine sahiptir.

13.4. Yuvarlanan disk “ d ” mesafesi kadar yer değiştirirse, yükseklik değişimi “ Δh ” kadar olacak ve başlangıçta sadece “ Mgh ” kadar potansiyel enerjisi olan disk, bu enerjiyi diskin “ÖTELEME” ve “DÖNME” hareketinden kaynaklanan kinetik enerjiye dönüştürecek.

13.5. Mekanik enerji korunacağına göre, kinetik enerji artarken potansiyel enerji azalacaktır.

- Öteleme hareketinde kinetik enerji değişimi;

$$\Delta K_1 = \frac{1}{2}Mv^2 \quad (\text{Öteleme Hareketi})$$

bağıntısı ile hesaplanır. Diskin başlangıçta sahip olduğu potansiyel enerjisinin bir kısmı bu bağıntı ile verilen öteleme kinetik enerjisine dönüşecektir.

- Aynı şekilde, dönme hareketinde KINETİK ENERJİ DEĞİŞİMİ;

$$\Delta K_2 = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (\text{Dönme Hareketi})$$

ile verilir. Burada, I ; diskin eylemsizlik momenti, “ ω ” ise açısal hızıdır.

13.6. Bir disk için eylemsizlik momenti;

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

eşitliği kullanılarak belirlenir.

13.7. Diskin açısal hızı (dönme hızı) ise;

$$\omega = \frac{v}{R}$$

tarafından hesaplanır ($R = 0.03\text{m}$).

14. Şimdi, eğim açısı $\theta = 15^\circ$ için her bir “d” yer değiştirme mesafesinde, diskin hızına (v) karşılık gelen açısal hızın büyüklüğü (ω) hesaplanır;

Eğim	Yer Değiştirme	Disk Hızı	Açısal Hız
		(Deneysel)	(Deneysel)
θ (der)	d (m)	v (m/s)	ω (rad/s)
15	0.3		
	0.4		
	0.5		
	0.6		
	0.7		

DENEY NOTU:

- Yuvarlanma hareketinde disk kütle merkezinin doğrusal hızının büyüklüğü, “ $v_{CM} = R\omega$ ” bağıntısı ile verilir. Dönme kinetik enerjisini çözmek için “ v ” öteleme hızı, “ ω ” açısal hızına “ $v_{CM} = R\omega$ ” eşitliği kullanılarak dönüştürülmelidir.
15. Hesaplanan açısal hız değerleri (ω) kullanılarak, farklı yer değiştirme mesafeleri için DÖNME hareketindeki KİNETİK ENERJİ DEĞİŞİMİ belirlenir;

$$\Delta K_2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

16. Şimdi, yuvarlanan diskin her bir d -mesafesindeki öteleme kinetik enerjisi (ΔK_1) ve dönme kinetik enerjisi (ΔK_2) toplanır. Bu, ilk hızsız yuvarlanma hareketine başlayan disk için TOPLAM KİNETİK ENERJİ değişimini (ΔK) verecektir;

$$\Delta K = \Delta K_1 + \Delta K_2$$

17. Her bir “d” yer değiştirme mesafesine karşılık gelen yükseklik değişimi (Δh);

$$\Delta h(m) = d \sin \theta$$

bağıntısı kullanılarak hesaplanır.

18. Her bir Δh için potansiyel enerjideki değişim (ΔU) belirlenir;

$$\Delta U = Mg\Delta h$$

Eğim	Yükseklik Değişimi	Toplam Kinetik Enerji Değişimi	Potansiyel Enerji Değişimi
		(Deneysel)	(Deneysel)
θ (der)	Δh (m)	ΔK (J)	ΔU (J)
15			
			
			
			
			

19. Toplam kinetik enerji değişimi (ΔK) ile potansiyel enerji değişimi (ΔU) karşılaştırılır ve varsa mekanik enerjideki değişim (ΔE) belirlenir;

$$\Delta E = \Delta K_1 + \Delta K_2 - \Delta U$$

- 19.1. Enerjinin korunumuna göre, diskin potansiyel enerjisindeki kayıp, yuvarlanan diskin “d” mesafesinde kazandığı dönme kinetik enerjisi ile öteleme kinetik enerjisinin toplamına eşit olmalıdır ($\Delta E = 0$).

DENEY NOTU:

- Mekanik enerji (E) sistemin (diskin) kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamı olarak tanımlanır;
 $E = K + U$
- Mekanik enerjinin korunumuna göre, enerji değişimlerinin toplamının sıfır olması gerekir;
 $\Delta E = \Delta K + \Delta U \rightarrow \Delta E = 0$

19.2. Eğer eşit değilse, mekanik enerjideki değişim oranı belirlenir;

$$\frac{\Delta E}{|\Delta U|} \times 100$$

19.3. Deney sonuçlarına göre, mekanik enerji tam olarak korunuyor mu?. Eğer korunmuyorsa, mekanik enerji değişiminin nedenleri deney raporunda anlatılır.

19.4. Eğik düzlemde yuvarlanan bir disk için enerji dönüşümü olayı şekil üzerinde açıklanır.

19.5. Mekanik enerji nedir ve bir sistemin mekanik enerjisi hangi koşullarda korunur?.

19.6. Yuvarlanma hareketinde mekanik enerji kaybının (değişiminin) sadece sürtünmeden kaynaklandığı söylenebilir mi?.

19.7. Eğik düzlem üzerinde öteleme ve dönme hareketi yapan bir disk için öteleme kinetik enerjisi, dönme kinetik enerjisi ve açısal hız kavramları deney raporunda şekil üzerinde açıklanır.

19.8. Aynı deney, yuvarlanan bir küre ile yapılsaydı dönme kinetik enerjisi nasıl değişirdi?.

20. Deney, eğim açısı $\theta = 20^\circ$ ve $\theta = 30^\circ$ için tekrar edilir.

12. Deney Raporu

Adı ve Soyadı: _____

Bölüm: _____

Öğrenci No: _____

Tarih: _____

DENEY FÖYÜ-4:
EĞİK DÜZLEMDE YUVARLANMA HAREKETİ
Disk Hızının Belirlenmesi ve Mekanik Enerjinin Korunumu

Disk Çapı ($\emptyset$): 60mm (0.06m)
 Disk Yarıçapı (R): 30mm (0.03m)
 Disk Kütlesi (M): 60gr (0.06kg)
 Diskin Eylemsizlik Momenti ($kg \cdot m^2$): 27×10^{-6}
 Eğim Açısı (θ): 15°

Tablo-1: Yuvarlanma hareketinde farklı yer değiştirme mesafeleri için ölçülen zaman değerleri.

Ölçülen	Ölçülen	Yuvarlanan Disk	Disk	ZAMANLAYICI
Eğim Açısı	Disk Çapı	Yer Değiştirme	Yükseklik Değişimi	Ölçülen Zaman
θ (der)	$\emptyset(m)$	$d(m)$	$\Delta h(m)$	$t(sn)$
			$\Delta h(m) = d \sin \theta$	
15	0.06m (60mm)	0.3 (= 30cm)		
		0.4		
		0.5		
		0.6		
		0.7		

Tablo-2: Yuvarlanma hareketi yapan diskin deneysel ve beklenen hız değerlerinin hesaplanması.

Ölçülen	Ölçülen	ZAMANLAYICI	DENEYSEL (Hesaplanan)	BEKLENEN (Enerjinin Korunumu)	%Fark ($\pm$)
Eğim Açısı	Disk Çapı	Ölçülen Zaman	Disk Hızı	Disk Hızı	
θ (der)	$\emptyset(m)$	$t(sn)$	$v(m/s)$	$v(m/s)$	
			$v = \frac{\emptyset}{t}$	$v = \sqrt{\frac{4}{3}g\Delta h}$	
15	0.06m (60mm)				
					
					
					
					

Tablo-3: Yuvarlanan diskin açısal hızının bulunması.

Ölçülen	Ölçülen	Ölçülen	ZAMANLAYICI	Hesaplanan	Hesaplanan
Eğim Açısı	Disk Yarıçapı	Disk Çapı	Ölçülen Zaman	Disk Hızı	Açısal Hız
θ (der)	$R(m)$	$\emptyset(m)$	$t(sn)$	$v(m/s)$	$\omega(rad/s)$
				$v = \frac{\emptyset}{t}$	$\omega = \frac{v}{R} (rad/s)$
15	0.03m (30mm)	0.06m (60mm)			
					
					
					
					

Tablo-4: Öteleme ve dönme hareketinde kinetik enerji değişimi.

Ölçülen	Hesaplanan	Hesaplanan	Disk	Öteleme Hareketi	Dönme Hareketi
Eğim Açısı	Disk Hızı	Disk Açısal Hızı	Yükseklik Değişimi	Kinetik Enerji Değişimi	Kinetik Enerji Değişimi
θ (der)	$v(m/s)$	$\omega(rad/s)$	$\Delta h(m)$	ΔK (J)	ΔK (J)
	$v = \frac{\phi}{t}$	$\omega = \frac{v}{R} (rad/s)$	$\Delta h(m) = d \sin \theta$	$\Delta K_1 = \frac{1}{2} M v^2$	$\Delta K_2 = \frac{1}{2} I \omega^2$
15					
					
					
					
					

Tablo-5: Potansiyel enerji değişimi.

Ölçülen	Disk	Öteleme Hareketi	Dönme Hareketi	DENEYSEL	DENEYSEL
Eğim Açısı	Yükseklik Değişimi	Kinetik Enerji Değişimi	Kinetik Enerji Değişimi	Toplam Kinetik Enerji Değişimi	Potansiyel Enerji Değişimi
θ (der)	$\Delta h(m)$	ΔK_1 (J)	ΔK_2 (J)	$\Delta K = \Delta K_1 + \Delta K_2$	ΔU (J)
	$\Delta h(m) = d \sin \theta$	$\Delta K_1 = \frac{1}{2} M v^2$	$\Delta K_2 = \frac{1}{2} I \omega^2$	$\frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$	$\Delta U = M g \Delta h$
15					
					
					
					
					

(Yerçekimi ivmesi, $g = 9.80 m/s^2$)

Tablo-6: Mekanik enerjinin korunumu.

Ölçülen	Disk	Deneyssel	Deneyssel	Fark	Değişim Oranı
Eğim Açısı	Yükseklik Değişimi	Toplam Kinetik Enerji Değişimi	Potansiyel Enerji Değişimi	Mekanik Enerjinin Değişimi	Mekanik Enerjideki Değişim Oranı
θ (der)	$\Delta h(m)$	$\Delta K_1 + \Delta K_2$	ΔU (J)	$\Delta E = \Delta K_1 + \Delta K_2 - \Delta U$	$\frac{\Delta E}{ \Delta U } \times 100$
15					
					
					
					
					

Disk Çapı ($\emptyset$):	60mm (= 0.06m)
Disk Yarıçapı (R):	30mm (= 0.03m)
Disk Kütlesi (M):	60gr (= 0.06kg)
Disk Eylemsizlik Momenti ($kg.m^2$):	27×10^{-6}
Eğim Açısı (θ):	20°

Tablo-7: Yuvarlanma hareketinde farklı yer değiştirme (d) mesafeleri için ölçülen zaman (t) değerleri.

Ölçülen	Ölçülen	Yuvarlanan Disk	Disk	ZAMANLAYICI
Eğim Açısı	Disk Çapı	Yer Değiştirme	Yükseklik Değişimi	Ölçülen Zaman
θ (der)	$\emptyset(m)$	$d(m)$	$\Delta h(m)$ $\Delta h(m) = d \sin \theta$	$t(sn)$
20	0.06m (60mm)			
				
				
				
				

Tablo-8: Yuvarlanma hareketi yapan diskin deneysel ve beklenen hız değerlerinin hesaplanması.

Ölçülen	Ölçülen	ZAMANLAYICI	DENEYSEL (Hesaplanan)	BEKLENEN (Enerjinin Korunumu)	%Fark ($\pm$)
Eğim Açısı	Disk Çapı	Ölçülen Zaman	Disk Hızı	Disk Hızı	
θ (der)	$\emptyset(m)$	$t(sn)$	$v(m/s)$ $v = \frac{\emptyset}{t}$	$v(m/s)$ $v = \sqrt{\frac{4}{3} g \Delta h}$	
20	0.06m (60mm)				
					
					
					
					

Tablo-9: Yuvarlanma hareketi yapan diskin açısal hızının bulunması.

Ölçülen	Ölçülen	Ölçülen	ZAMANLAYICI	Hesaplanan	Hesaplanan
Eğim Açısı	Disk Yarı-çapı	Disk Çapı	Ölçülen Zaman	Disk Hızı	Açısal Hız
θ (der)	$R(m)$	$\emptyset(m)$	$t(sn)$	$v(m/s)$	$\omega(rad/s)$
				$v = \frac{\emptyset}{t}$	$\omega = \frac{v}{R} (rad/s)$
20	0.03m (30mm)	0.06m (60mm)			
					
					
					
					

Tablo-10: Öteleme ve dönme hareketinde kinetik enerji değişimi.

Ölçülen	Hesaplanan	Hesaplanan	Disk	Öteleme Hareketi	Dönme Hareketi
Eğim Açısı	Disk Hızı	Disk Açısal Hızı	Yükseklik Değişimi	Kinetik Enerji Değişimi	Kinetik Enerji Değişimi
θ (der)	$v(m/s)$	$\omega(rad/s)$	$\Delta h(m)$	ΔK (J)	ΔK (J)
	$v = \frac{\emptyset}{t}$	$\omega = \frac{v}{R} (rad/s)$	$\Delta h(m) = d\sin\theta$	$\Delta K_1 = \frac{1}{2} Mv^2$	$\Delta K_2 = \frac{1}{2} I\omega^2$
20					
					
					
					
					

Tablo-11: Potansiyel enerji değişimi.

Ölçülen	Disk	Öteleme Hareketi	Dönme Hareketi	DeneySEL	DeneySEL
Eğim Açısı	Yükseklik Değişimi	Kinetik Enerji Değişimi	Kinetik Enerji Değişimi	Toplam Kinetik Enerji Değişimi	Potansiyel Enerji Değişimi
θ (der)	$\Delta h(m)$	ΔK_1 (J)	ΔK_2 (J)	$\Delta K = \Delta K_1 + \Delta K_2$	ΔU (J)
	$\Delta h(m)$ $= d \sin \theta$	$\Delta K_1 = \frac{1}{2} M v^2$	$\Delta K_2 = \frac{1}{2} I \omega^2$	$\frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$	$\Delta U = M g \Delta h$
20					
					
					
					
					

Tablo-12: Mekanik enerjinin korunumu.

Ölçülen	Disk	DeneySEL	DeneySEL	Fark	Değişim Oranı
Eğim Açısı	Yükseklik Değişimi	Toplam Kinetik Enerji Değişimi	Potansiyel Enerji Değişimi	Mekanik Enerjinin Değişimi	Mekanik Enerjideki Değişim Oranı
θ (der)	$\Delta h(m)$	$\Delta K_1 + \Delta K_2$	ΔU (J)	$\Delta E = \Delta K_1 + \Delta K_2 - \Delta U$	$\frac{\Delta E}{ \Delta U } \times 100$
20					
					
					
					
					

Disk Çapı ($\emptyset$):	60mm (0.06m)
Disk Yarıçapı (R):	30mm (0.03m)
Disk Kütlesi (M):	60gr (0.06kg)
Disk Eylemsizlik Momenti ($kg.m^2$)	27×10^{-6}
Eğim Açısı (θ)	30°

Tablo-13: Yuvarlanma hareketinde farklı yer değiştirme (d) mesafeleri için ölçülen zaman (t) değerleri.

Ölçülen	Ölçülen	Yuvarlanan Disk	Disk	ZAMANLAYICI
Eğim Açısı	Disk Çapı	Yer Değiştirme	Yükseklik Değişimi	Ölçülen Zaman
θ (der)	$\emptyset(m)$	$d(m)$	$\Delta h(m)$ $\Delta h(m) = d \sin \theta$	$t(sn)$
30	0.06m (60mm)			
				
				
				
				

Tablo-14: Yuvarlanma hareketi yapan diskin deneysel ve beklenen hız değerlerinin hesaplanması.

Ölçülen	Ölçülen	ZAMANLAYICI	DENEYSEL (Hesaplanan)	BEKLENEN (Enerjinin Korunumu)	%Fark ($\pm$)
Eğim Açısı	Disk Çapı	Ölçülen Zaman	Disk Hızı	Disk Hızı	
θ (der)	$\emptyset(m)$	$t(sn)$	$v(m/s)$ $v = \frac{\emptyset}{t}$	$v(m/s)$ $v = \sqrt{\frac{4}{3} g \Delta h}$	
30	0.06m (60mm)				
					
					
					
					

Tablo-15: Yuvarlanma hareketi yapan diskin açısal hızının bulunması.

Ölçülen	Ölçülen	Ölçülen	ZAMANLAYICI	Hesaplanan	Hesaplanan
Eğim Açısı	Disk Yarı-çapı	Disk Çapı	Ölçülen Zaman	Disk Hızı	Açısal Hız
θ (der)	$R(m)$	$\phi(m)$	$t(sn)$	$v(m/s)$	$\omega(rad/s)$
				$v = \frac{\phi}{t}$	$\omega = \frac{v}{R} (rad/s)$
30	0.03m (30mm)	0.06m (60mm)			
					
					
					
					

Tablo-16: Öteleme ve dönme hareketinde kinetik enerji değişimi.

Ölçülen	Hesaplanan	Hesaplanan	Disk	Öteleme Hareketi	Dönme Hareketi
Eğim Açısı	Disk Hızı	Disk Açısal Hızı	Yükseklik Değişimi	Kinetik Enerji Değişimi	Kinetik Enerji Değişimi
θ (der)	$v(m/s)$	$\omega(rad/s)$	$\Delta h(m)$	ΔK (J)	ΔK (J)
	$v = \frac{\phi}{t}$	$\omega = \frac{v}{R} (rad/s)$	$\Delta h(m) = d \sin \theta$	$\Delta K_1 = \frac{1}{2} M v^2$	$\Delta K_2 = \frac{1}{2} I \omega^2$
30					
					
					
					
					

Tablo-17: Potansiyel enerji değişimi.

Ölçülen	Disk	Öteleme Hareketi	Dönme Hareketi	Deneyssel	Deneyssel
Eğim Açısı	Yükseklik Değişimi	Kinetik Enerji Değişimi	Kinetik Enerji Değişimi	Toplam Kinetik Enerji Değişimi	Potansiyel Enerji Değişimi
θ (der)	$\Delta h(m)$	ΔK_1 (J)	ΔK_2 (J)	$\Delta K = \Delta K_1 + \Delta K_2$	ΔU (J)
	$\Delta h(m)$ $= d \sin \theta$	$\Delta K_1 = \frac{1}{2} M v^2$	$\Delta K_2 = \frac{1}{2} I \omega^2$	$\frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$	$\Delta U = Mg \Delta h$
30					
					
					
					
					

Tablo-18: Mekanik enerjinin korunumu.

Ölçülen	Disk	Deneyssel	Deneyssel	Fark	Değişim Oranı
Eğim Açısı	Yükseklik Değişimi	Toplam Kinetik Enerji Değişimi	Potansiyel Enerji Değişimi	Mekanik Enerjinin Değişimi	Mekanik Enerjideki Değişim Oranı
θ (der)	$\Delta h(m)$	$\Delta K_1 + \Delta K_2$	ΔU (J)	$\Delta E = \Delta K_1 + \Delta K_2 - \Delta U$	$\frac{\Delta E}{ \Delta U } \times 100$
30					
					
					
					
					